

## 베이즈 인수는 왜 그토록 효과적인가?<sup>†</sup>

전 영 삼<sup>‡</sup>

필드가 불확실한 경험을 좀더 적절히 표상할 수 있는 새로운 방식을 제안한 이래, 초기의 제프리 조건화가 안고 있던 난점들은 상당히 해소가 되었다. 그 제안의 핵심은 오늘날 흔히 ‘베이즈 인수’라 부르는 것으로 귀결되는데, 그러한 인수의 등장으로 이제는 과연 그것이 조건화와 관련한 여러 문제에 얼마만큼 효과적일 수 있는가가 문제시될 수밖에 없게 되었다. 불행히도 당장은 베이즈 인수를 동원한다 할지라도 제프리 조건화가 여러 문제에 부딪힐 수 있음이 드러났으나, 좀더 최근에 그와 같은 문제들 역시 새로운 방식으로 재정식화해 베이즈 인수를 적용한다면 여전히 제프리 조건화로써 올바르게 처리할 수 있음을 보여 주는 연구 결과들이 보고되고 있다. 이러한 상황에서 본 논문의 과제는 베이즈 인수가 것처럼 여러 도전들을 극복하고 효과적으로 성공적일 수 있는 이유가 무엇인가를 밝히는 일이다. 즉 여러 문제를 해결해 가는 과정 배후에서 그 형식적 수식 관계를 넘어 베이즈 인수가 과연 우리의 인식에 있어 어떤 의미를 갖는가를 분명히 해명해 보자는 것이다. 결과적으로, 우리는 베이즈 인수가 여러 성공의 상황에서 효과를 발휘하게 되는 중요한 몇몇 인식적 특성들을 알게 될 것이다. 이러한 작업은 지금까지 베이즈 인수가 성공적으로 효과를 발휘해 온 여러 결과들을 요약적으로 종합하고, 동시에 이후 베이즈 인수를 활용할 후속 연구 작업에서 필요한 모델을 제공할 수 있으리라 기대한다.

【주요어】 제프리 조건화, 베이즈 인수, 확률 동학, 증거에 대한 평형 해석

<sup>†</sup> 이 논문은 2015년 대한민국 교육부와 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2015S1A5B5A07038297). 심사 위원들의 날카로우면서도 친절한 지적으로 오류를 바로잡고 내용을 개선할 수 있었다. 깊이 감사드린다.

<sup>‡</sup> 고려대학교 철학과, ysamchun@hanmail.net.

과학적 지식의 형성에서 우리의 경험이 중요함은 더 말할 나위 없다. 하지만 그러한 경험이 과학적 가설들에 대해 어떤 방식으로 영향을 미치는가를 설득력 있게 말한다는 것은 쉬운 일이 아니다. 이러한 문제에 관해 베이즈주의에서는 양자 사이의 관계를 일종의 귀납적 관계로 파악하고, 그러한 관계가 바로 확률적인 ‘조건화’에 의해 정식화될 수 있는 것으로 보고 있다. 특히 주관적 베이즈주의에서는 그 가설에 대한 우리의 신념도가 그와 같은 조건화에 따라 갱신될 때 합리적일 수 있다고 주장한다.

하지만 이때 문제의 경험이 과연 확실하게 주어질 수 있는가의 여부가 우리의 신념도 갱신 방식에 상당히 중요한 영향을 미칠 수 있음이 점차 드러나고 있다. 주관적 베이즈주의 초기에는 조건화 과정에 필요한 경험이 확실하게 주어질 수 있다고 보았다. 이러한 가정 하에서 흔히 ‘베이즈 조건화’(Bayesian Conditioning)라 부르는 표준적인 조건화 방식이 정식화되었다. 그러나 우리의 경험이 확실하지 않을 이유가 여러 가지로 존재한다. 우리의 감각이 불완전하기 때문일 뿐만 아니라, 좀더 실제적으로는 과학적 실험의 결과가 확정적이지 않고 계속 변화할 수 있기 때문이다.<sup>1)</sup> 이러한 관점에서, 1960년대에 제프리가 오늘날 우리가 ‘제프리 조건화’(Jeffrey Conditioning)라 부르는 새로운 조건화 방식을 제안했을 때, 이는 가설과 경험 사이의 문제에 대해 상당히 중요한 의의를 갖는 것이었다. 이 새로운 조건화 방식은 바로 우리의 경험이 결코 확실할 수 없음을 전제로 한 것이기 때문이다.

그러나 적어도 제프리 초기에 그의 조건화를 위해 제안된, 경험의 표상 방식은 여러 난점을 지니는 것이었다. 그 가장 대표적인 것이, 경험이 주어지는 순서의 차이에 따라 제프리 조건화의 결과가 상이해질 수 있다는 점이다. 이러한 점은 오히려 베이즈 조건화에서는 나타나지 않는 결과이다. 다만 필드가 제프리 조건화의 틀 내에서 경험을 좀더 적절하게 표상할 수 있는 새로운 방식을 제안한 이래(Field 1978), 이

1) 프랭클린은 실험 과학의 실제에서 실험의 결과가 달라지는 일은 흔한 일임을 지적하고, 그 구체적인 예로서 17-keV 중성미자의 경우를 자세히 소개하고 있다(Franklin 1999, ch. 2).

와 같은 난점들은 상당히 해소가 되었다. 필드 제안의 핵심은 오늘날 흔히 ‘베이지 인수’(Bayes factor)라 부르는 것으로 귀결되는데, 이러한 인수의 등장으로 이제는 과연 그것이 조건화와 관련한 여러 문제에 얼마만큼 효과적일 수 있는가가 문제시될 수밖에 없었다. 불행히도 당장은 베이지 인수를 동원한다 할지라도 제프리 조건화가 여러 문제에 부딪힐 수 있음이 드러났다. 하지만 좀더 최근에 그러한 문제들 역시 새로운 방식으로 재정 식화해 베이지 인수를 적용함으로써 여전히 재정 식화해 조건화로 올바르게 처리할 수 있다는 연구 결과들이 보고되고 있다(예컨대 박일호 2013; Park 2012; 2013; 2014).

이러한 상황에서 본 논문의 과제는 베이지 인수가 것처럼 여러 도전을 극복하고 효과적으로 성공적인 결과를 낼 수 있는 이유가 무엇인가를 밝히는 일이다. 넓게 보자면, 재정 식화해의 조건화는 경험의 내용을 온전하게 표상할 수 있는 특권적 명제의 존재를 부정하고 경험에 대해 부분적인 신념의 정도만을 말할 수 있을 뿐이라는 이른바 ‘원초적 확률주의’(Radical Probabilism)와 같은 인식론적 이론에 기반을 둔 것이다. 그러므로 우리가 관심을 두는 베이지 인수에 대한 어떠한 논의든 그 자체만으로도 넓게 보자면 인식론상의 한 논의가 될 수 있기는 하나, 여기서는 좀더 범위를 좁혀, 잘 정식화된 형태로 여러 상황에서 문제를 해결해 가는 과정 배후에서 그 형식적 수식 관계를 넘어 베이지 인수가 과연 우리의 인식에 대해 어떤 의미를 갖는가를 좀더 분명하게 해명해 보자는 것이다. 곧 여러 문제 상황에서 베이지 인수가 효과를 발휘하게 되는 까닭을 그 수식적 관계를 넘어 인식론적으로 해석해 보고자 하는 것이다. 결과적으로, 우리는 베이지 인수가 여러 성공적 상황에서 효과를 발휘하게 되는 중요한 몇몇 인식적 특성들(properties)을 알게 될 것이다. 이와 같은 작업은 지금까지 베이지 인수가 성공적으로 효과를 발휘해 온 여러 결과들을 요약적으로 종합하고, 동시에 이후 베이지 인수를 활용할 후속 연구 작업에서 그 모델을 제공할 수 있으리라 기대한다.

## 1. ‘베이즈 인수’에 이르기까지

우리의 논의를 위해, 먼저 이른바 ‘베이즈 인수’라는 것에 어떻게 이르게 되었는지 그 과정을 좀더 상세히 살펴보기로 하자. 물론 이는 단순히 역사적인 고찰을 의미하는 것이 아니라, 제프리의 조건화를 위해 왜 ‘베이즈 인수’라는 것이 도입될 수밖에 없었는지 그 인식론적 이유들을 탐색해 보자는 것이다.

이러한 관점에서 가장 먼저 주목할 만한 점은 제프리의 조건화는 무엇보다 시간성(temporality)을 고려하고 있다는 점이다. 물론 제프리 조건화 이전의 표준적인 베이즈 조건화에서도 시간성을 전혀 고려하고 있지 않은 것은 아니다. 하지만 후자에서 고려하고 있는 시간성이란 단순히 어떤 경험이 주어지기 이전과 이후의 확률, 즉 이른바 ‘사전 확률’(prior probability)과 ‘사후 확률’(posterior probability) 사이의 시간적 차이일 뿐이다. 예컨대 어떤 가설  $h$ 에 대해 경험을 표상하는 명제로서의 증거  $e$ 가 주어진 경우, 베이즈 조건화에서는 다음과 같은 신념도 갱신 규칙을 제시한다.

$$(BC) \quad q(h) = p(h/e)$$

여기서  $p$ 는 경험적 증거  $e$ 가 주어지기 이전의 사전 확률 함수이며,  $q$ 는 증거  $e$ 가 주어진 이후의 사후 확률 함수이다. 그러므로  $q(h)$ 는 분명 경험 이후의 시점에서 가설  $h$ 의 확률값을 정해 주는 셈이다.

그러나 이와 같은 베이즈 조건화에서는 증거  $e$ 를 낳는 경험에 대한 우리의 신념이 확실한 것으로 간주된다. 즉 증거  $e$ 에 대한 확률에 대응하는 우리의 신념도가 1로 바뀔 수 있는 것으로 보는 것이다. 만일 이것이 가능하다면, 물론  $q(e)=1$ 이다. 하지만 과연 이렇게 될 수 있느냐 하는 것은 절적인 측면에서 여러 가지 논란을 야기할 수 있고, 제프리와 같은 원초적 확률주의자들은 물론 이에 반대하고 있다(Jeffrey 2001; Wagner 2003). 여기서 나는 다만 이에 대해 단순히 그들의 결론에 따르는 것으로 만족하기로 한다. 오히려 과학의 실제에서 보면,

좀더 흥미로운 사실은 (앞서 이미 지적한 대로) 과학자들이 현장에서 얻는 증거적 경험들은 많은 경우 변화 가능하다는 점이다. 물론 이것은 일차적으로는 그들의 경험이 결코 확실하지 않고 불확실함을 보여 준다. 그러나 지금의 맥락에서 한층 더 중요한 점은, 어떤 경험적 증거에 대한 우리의 신념도는 시간의 흐름과 더불어 변화 가능해야 한다는 점이다. 만일 위의 (BC)의 관점에 따라  $q(e)=1$ 이 되면, 이는 증거  $e$ 에 대한 우리의 신념도가 1로 바뀌었음을 의미할뿐더러, 그러한 신념도가 변함없이 유지되어야 함을 뜻한다. 이는 과학의 실재를 제대로 반영하지 못하는 것으로 보인다.

이에 반해 무엇보다 제프리의 조건화에서는 경험적 증거  $e$ 에 대해  $q(e)=1$ 를 거부함으로써(또한 이와 유사한 이유로  $q(e)=0$ 를 거부함으로써) 그와 같은 실재를 잘 반영할 수 있는 토대를 갖추고 있다. 즉  $0 < q(e) < 1$ 인 상태에서 시간의 흐름에 따라 증거  $e$ 에 대한 확률값들이 변화할 수 있는 여지를 수용하는 것이다. 위에서 ‘제프리 조건화에서 시간성을 고려하고 있다’고 말한 바의 핵심은 바로 이것이다. 이에 따라 제프리 초기에<sup>2)</sup> 주어진 조건화는 다음과 같다.

$$(JC) \quad q(h) = q(e)p(h/e) + q(\sim e)p(h/\sim e)$$

지금의 맥락에서 이와 같은 (JC)의 핵심은 증거  $e$ 에 대한  $q(e)$ 와 증거  $e$ 의 부정에 대한  $q(\sim e)$ 가 함께 고려되고 있다는 점이다. 물론 이 경우 만일  $q(e)=1$ 이 되는 경우라면,  $q(\sim e)=0$ 이 되므로, (JC)는 곧 위의 (BC)와 동일하게 된다. 그러므로 어느 면 (JC)를 단순히 (BC)의 일반화로 볼 수도 있으나, 지금의 논의 맥락에서 한층 더 중요한 점은 지금의 (JC)는 단순히 (BC)의 일반화가 아니라 (BC)의 주요 전제에 대한 심각한 반론의 결과라는 점이다. 나는 이 점에 관해 이후 좀더 본격적으로 논할 예정이나(이후의 제3절 참조), 어쨌든 지금의 단계에서 우선 강조할 점은, 위의 (JC)에서 중요한 점은 증거적 경험의 시간

2) 이는 대략 Jeffrey (1983)의 초판이 발간된 1965년, 그리고 Jeffrey (1968)의 시기를 말한다.

적 변화 가능성을 고려하고 있다는 점이다. 바로 이 점에서 (JC)는 진정한 의미에서 ‘통시적 규칙’(diachronic rule)이 될 수 있고, 이러한 규칙을 사용하는 신념도 갱신의 과정이 실로 ‘확률 동학’(probability kinematics)에 부응할 수 있는 것이다.

물론 위의 (JC)에 대해서는 추가적인 설명이 필요하다. 우선 위의 (JC)에서는 증거  $e$ 에 대한  $q(e)$ 와 더불어 증거  $e$ 의 부정에 대한  $q(\sim e)$ 을 고려하고 있을 뿐이다. 이 경우  $e$ 와  $\sim e$ 는 상호 배타적이다. 하지만 상호 배타적인 증거가 이렇게만 제시될 필요는 없다. 예컨대 문제의 증거들이  $e_1, e_2, \dots, e_n$ 으로 상호 배타적일 수도 있다. 이렇게 된다면, 위의 (JC)는 이와 같은 경우들을 감안해 좀더 일반화시킬 수 있고, 이러한 일반화는 위의 (JC)와 유사하게  $\sum q(e_i)p(h/e_i)$ 와 같은 식으로 쉽사리 얻어 낼 수 있다. 하지만 이러한 일반화 자체는 우리의 관점에서 그다지 핵심적인 것은 아니다. 그러므로 꼭 필요한 경우가 아니라면, 이하 (JC)에 관해서는 일단 위에 주어진 대로  $e$ 와  $\sim e$ 에 대한 것으로 한정해 논해보기로 하자.

지금의 추가 설명에서 이보다 더 한층 중요한 점은, 제프리가 우리 경험의 내용을 표상하는 특권적 명제를 부정하면서도 어떻게 경험의 요소를 자신의 (JC)에 반영할 수 있었느냐 하는 점이다. 위의 (JC)에서  $q(e)$ 나  $q(\sim e)$ 는 그 자체 어떤 경험에 대한 것이 아닌 하나의 명제  $e$ 나  $\sim e$ 에 대한 신념도를 나타내는 것으로 보인다. 그렇다면 이는 문제의 경험이 곧 명제  $e$ 나  $\sim e$ 에 대한 신념도로 반영됨을 뜻하는 것인가? 이에 관해 좀더 정확히 답을 하자면, 제프리는 우리 경험의 내용을 표상하는 특권적 명제는 부정하나, 경험의 충격이나 자극이 **우리의 신념도에 변화를 가져 올 수 있다**는 점을 부정하는 것은 아니라는 것이다. 그러므로 사실상 (JC)에서  $q(e)$ 와  $q(\sim e)$ 는 그 자체 독립적인 것 이기보다 문제의 경험이 주어지기 이전의 어떤 신념도, 예컨대  $p(e)$ 와  $p(\sim e)$ 와 관련해, 그 후자와 비교해 주어진 결과적인 것일 따름이다. 달리 말해, 어떤 경험이 그대로 위의 (JC)에 반영된 것이 아니라, 주어진 경험에 의해, 경험 이전의 신념도  $p(e)$ 와  $p(\sim e)$ 로부터 경험 이후의 신념도  $q(e)$ 와  $q(\sim e)$ 로의 변화 결과가 그에 반영된 것이

다.3)

그렇다면 위에서 언급한  $e$ 와  $\sim e$ 의 의미에 대해서도 좀더 정확히 밝힐 필요가 있다. 방금 언급한 대로 우리 경험의 충격에 의해 신념도  $p(e)$ 와  $p(\sim e)$ 로부터  $q(e)$ 와  $q(\sim e)$ 로의 변화를 제프리가 원하는 관점대로 나타내기 위해서는, 먼저 일정한 언어 체계(또는 개념 체계)가 가정되고, 그 체계 내에서 표현 가능한 명제  $e$ 와 그것의 부정  $\sim e$ 만으로 이루어진 집합이 전제될 필요가 있다. 따라서 문제의 신념도 변화는 정확히는 해당 언어 체계 내에서 상호 배타적이며 망라적인 (mutually exclusive and exhaustive) 명제들로 이루어진 이른바 ‘분할 집합’(partition)을 전제로 표현되는 것이며, 우리의 경우라면 분할 집합  $\mathbf{E}=\{e, \sim e\}$ 를 전제로 한 것이다.

만일 이렇게 된다면, 경험의 확실성을 부정하면서도 증거에 대한 신념도의 변화를 반영할 수 있는 길이 열리게 된다. 하지만 이러한 이점에도 불구하고, 위의 (JC)는 심각한 난점에 부딪친다. 바로 신념도 갱신의 교환성(commutativity) 요건을 만족시키지 못한다는 점이다. 예컨대 어떤 경험의 충격  $e'$ 에 의해 분할 집합  $\mathbf{E}$ 와 관련해  $e$ 에 대한 어떤 행위자의 신념도가  $p(e)=0.5$ 로부터  $q(e)=0.8$ 로, 그리고 다시 동일한 분할 집합과 관련해 새로운 경험의 충격  $e''$ 에 의해  $r(e)=0.4$ 로 변화했다고 해 보자.4) 그리고 이때  $eh, e \sim h, \sim eh, \sim e \sim h$ 에 대한  $p$ 의 확률값이 차례로 0.3, 0.2, 0.2, 0.3으로 주어졌다고 해 보자. 그렇다면 이러한 확률값들에 의해 위의 (JC)를 차례로 적용해 보면, 그 최종적인  $r(h)$ 의 값은 다음의 <표 1>과 같이 0.48이 된다.

3) 이와 같은 신념도의 변화에 대해, 러바이는 제프리가 사실상 그러한 변화가 어떻게 정당화될 수 있는지에 관해서는 제대로 보여 주지 못해 결과적으로 조건화 과정에서 어떤 자의성에 빠지게 될 수밖에 없음을 지적하고 있다(Levi 1967). 이것은 상당히 흥미로운 지적이긴 하나, 여기서는 이러한 문제는 다루지 않기로 한다.

4) 물론 이때 해당 경험의 충격에 의해 직접적으로 초래되는 변화는 지금과 같은 직접적인 신념도의 변화일 뿐이고, 여타의 모든 것에는 아무런 직접적인 변화도 초래되지 않는 것으로 가정하기로 한다. 이와 같은 가정은 이하 유사한 관련 논의에서도 마찬가지이다.

$p$	$h$	$\sim h$	합	$\mapsto$	$q$	$h$	$\sim h$	합	$\mapsto$	$r$	$h$	$\sim h$	합
$e$	0.30	0.20	0.50		$e$	0.48	0.32	0.80		$e$	0.24	0.16	0.40
$\sim e$	0.20	0.30	0.50		$\sim e$	0.08	0.12	0.20		$\sim e$	0.24	0.36	0.60
합	0.50	0.50	1.00		합	0.56	0.44	1.00		합	0.48	0.52	1.00

<표 1>

하지만 이제 경험<sup>5)</sup>이 주어지는 순서가 달라져, 해당 행위자의 신념도가  $p(e)=0.5$ 로부터  $Q(e)=0.4$ 로, 그리고 다시 그로부터  $R(e)=0.8$ 로 변화했다고 해 보자. 그렇다면 이 순서대로 (JC)를 적용해, 그 최종적인  $R(h)$ 의 값으로 0.56을 얻게 되고, 이는  $r(h)$ 의 값과 동일하지 않음을 확인하게 된다.

이와 같은 결과는, 만일 차례로 주어지는 경험의 질적인 차이를 인정한다면, 문제될 것이 없으며 오히려 당연한 결과라 할 수 있을지 모른다.<sup>5)</sup> 그러나 예컨대 어느 외과 의사 환자로부터 채취한 조직 샘플의 검사를 병리의에게 의뢰해 그 결과를 받을 때처럼 경험에 있어 타인과의 협력(collaboration)이 필요한 경우를 감안한다면,<sup>6)</sup> 위의 결과는 신념도 갱신에는 매우 큰 제약이 될 수 있다.

그렇다면 이와 같은 난점이 야기되는 이유는 무엇일까. 위의 표를 다시 살펴보면 쉽사리 짐작할 수 있듯, 이와 같은 난점의 표면상의 이유는 우선 (JC)가  $q$ 나  $r$ 과 같은 사후 확률 함수가 제공하는 사후 확률 값에 의존한다는 점이다. 위의 표에서 처음 함수  $p$ 에 의해 확률값이 결정된 이후, 다시 함수  $q$ 에 의해 확률값이 결정되고, 이후  $p$ 가 아닌  $q$ 에 의해 결정된 확률값에 의해 새로운 확률값이 결정됨에 따라,  $r$ 에 의한 확률값은 결국  $q$ 의 영향을 피할 수 없게 되는 것이다. 따라서 경험이 주어지는 순서가 바뀌게 되면, 처음에 동일하게 함수  $p$ 로부터 출발했다 할지라도, 이후  $q$ 와는 다른 새로운 사후 확률 함수  $Q$ 의 영향

5) 이와 같은 견해와 관련해서는 Lange (2000) 참조.

6) 신념도 갱신의 문제에서 이와 같은 상황에 관해서는 Jeffrey (2001), Park (2014) 참조. 특히 후자에서는 이러한 상황을 좀더 자세히 ‘직접적인’ 경우와 ‘간접적인’ 경우로 나누어 논하고 있다. 이러한 분류에 따르면, 제프리의 논의는 직접적인 경우에 한정될 따름이다.



을 받게 됨에 따라 그를 기반으로 한  $R$ 이  $r$ 과는 다른 확률값을 보여 주는 것이다.

그렇다면 이 단계에서 문제의 사후 확률을 전면적으로 배제해야 하는 것인가? 이는 아직 성급한 일이다. 위의  $q$ 로부터  $r$ 로 나아가는 과정을  $r$ 의 관점에서 보면,  $q$ 는 새로운 경험의 충격이 주어지기 이전의 사전 확률 함수에 해당한다. 그리고 이를 바탕으로 새로운 경험의 충격에 의해  $r$ 로 나아간 것이다. 그런데 위의  $Q$ 로부터  $R$ 로 나아가는 과정을  $R$ 의 관점에서 보면,  $Q$  역시 새로운 경험이 주어지기 이전의 사전 확률 함수에 해당하고, 이를 바탕으로 새로운 경험의 충격에 의해  $R$ 로 나아간 것이다. 그런데 이때  $Q$ 의 단계에서 새로이 주어진 그 경험의 충격이란 사실상 처음의  $p$ 로부터  $Q$ 로 나아갈 때 주어진 경험의 충격과 다르지 않다. 이때 다른 점이란 오로지  $q$ 로부터  $r$ 로 나아갈 때와  $Q$ 로부터  $R$ 로 나아갈 때 그 각각의 사전 확률일 뿐이다. 만일 사정이 이러하다면, 결국 (JC)에 있어 교환성에 문제가 발생하는 까닭을 우리는 그 표면적인 사후 확률을 넘어 그 안에 포함된 하나의 요인으로서 사전 확률의 개입에서 찾아야만 할 것이다.<sup>7)</sup> 그렇다면 하나의 사후 확률에서 그 사전 확률의 요인을 배제했을 때 남는 것은 무엇인가? 만일 우리가 그것을 추출해 낼 수만 있다면, 우리는 처음에 동일한 사전 확률에서 출발하는 한, 그 추출된 요인만을 감안해 교환성에 문제가 없는 사후 확률 함수를 얻어 낼 수 있을지 모른다.

처음 출발할 때 지금의 우리와 문제의식은 달랐지만, 이러한 문제에

7) (JC)와 비교해 (BC)를 위에서처럼 거듭된 경험의 상황에 적용해 보면, (BC)의 경우에는 교환성의 문제가 발생하지 않음을 알게 된다. 즉  $q(e)=r(e)=1$ 인 경우  $q(h)=r(h)=0.60$ 일 뿐만 아니라,  $Q(e)=R(e)=1$ 인 경우 역시  $Q(h)=R(h)=0.60$ 인 것이다. 이는 근본적으로 (BC)에서는 신념도 갱신에서 사후 확률 함수들이 모두 처음의 사전 확률에만 의존하기 때문이다. 즉  $r$ 이나  $R$  모두 함수  $p$ 에만 의존하는 것이다. 사실상 일반적으로 (BC)에서는  $e', e'', \dots$ 가 연속으로 주어진다 할지라도 그 사후 확률 함수는 궁극적으로  $q(h)=p(h/e'e''\dots)$ 에서처럼 처음의 사전 확률 함수  $p$ 에만 의존하고, 따라서 경험이 주어지는 순서에 영향을 받지 않는다.

대해 결정적인 제안을 한 이가 필드이다. 그는 (JC)에 핵심적으로 부족한 점이 경험의 충격이 관찰 명제  $e$ 에 미치는 정도를 나타내는 일이라 보고, 이를 나타내는 수, 즉 그의 표현대로 “입력 매개 변수”(input parameter)를 제시하려 하였다. 이러한 그의 문제의식 하에서 문제의 변수  $\alpha$ 는 그 자체 경험의 충격과 관련된 명제  $e$ 가 제시되기 이전의 사전 확률과는 독립된 것일 필요가 있었다. 그리하여 그는 제프리식의 신념도 갱신에서 사후 확률 함수  $q$ 는 다음과 같이 최초의 사전 확률 함수  $p$ 와  $e$ , 그리고 그와 독립된  $\alpha$ 에 의해 결정되는 어떤 함수일 필요가 있다고 보았다.<sup>8)</sup>

$$(JCF) \quad q = \phi(p, e, \alpha)$$

그렇다면 이러한 취지에 맞는  $\alpha$ 로서 어떠한 식을 제시할 수 있을 것인가? 적어도 1978년 논문에서 그는 이에 대한 자세한 논변을 회피한 채(p. 364) 단적으로 다음과 같은 식을 제시한 바 있다.

$$(\text{def } \alpha) \quad \alpha = {}_{df}(1/2)\log[(q/p)/((1-q)/(1-p))]$$

여기서 ‘ $(1/2)\log$ ’ 부분은 단지 척도의 조정을 위한 것일 뿐, 핵심은 그 뒤의 부분인 ‘ $(q/p)/((1-q)/(1-p))$ ’일 따름이다. 만일 우리가 이를 받아들인다면, 이를  $q$ 에 관해 풀어  $q = (pe^\alpha)/(pe^\alpha + (1-p)e^{-\alpha})$ 를 얻고, 이는 (JCF)에서 사후 확률 함수  $q$ 가 어떻게 사전 확률 함수  $p$ 와 독립적으로  $\alpha$ 에 의해 결정될 수 있는가를 보여 준다. 왜냐하면 지금의  $q$ 는  $p$ 가 고정되어 있을 때  $\alpha$ 만의 증감에 따른 함수가 될 수 있기 때문이다. 그러므로 이를 이용하면 (JC)를 다음과 같이 바꿔 새로 쓸 수 있다.

$$(JC\alpha) \quad q(h) = [e^\alpha p(he) + e^{-\alpha} p(h \sim e)] / [e^\alpha p(e) + e^{-\alpha} p(\sim e)]$$

<sup>8)</sup> p. 362, 여기서는 우리의 맥락에 맞게 기호 변경.

필드는 이와 같은 식이  $\alpha=0$ 일 때  $q(h)=p(h)$ 임을 보여 주고, 이는 경험의 충격이 아무런 정보도 주지 않는 경우에는 가설에 대한 확률에 아무런 변화도 초래하지 않음을 보여 주는 것이므로 원래의 취지에 비취 문제의  $\alpha$ 가 만족할 만한 입력 매개 변수가 될 수 있는 한 가지 증좌가 된다고 본다.

제프리는 이후 이러한 필드의 제안을 하나의 더 나은 대안으로 자신의 확률 동학 내에 수용한다(Jeffrey 2001; 2004). 다만 (def  $\alpha$ )에서 ‘ $(1/2)\log$ ’은 본질적인 것이 아니므로, 제프리를 포함해 현행의 학자들은 대부분 ‘ $(q/p)((1-q)/(1-p))$ ’ 부분만을 취해, 이를 ‘베이즈 인수’라 부르고 있다. 따라서 분할 집합  $\mathbf{E}=\{e, \sim e\}$ 에 한정해 베이즈 인수를 규정하면 다음과 같고,

$$\begin{aligned} \text{(BF)} \quad \beta(e : \sim e) &= [q(e)/p(e)]/[q(\sim e)/p(\sim e)] \\ &= [q(e)/q(\sim e)]/[p(e)/p(\sim e)] \end{aligned}$$

이를 다시 (JC)에 사용하면 베이즈 인수 형태의 다음과 같은 새로운 (JC)를 얻게 된다.

$$\text{(JCBF)} \quad q(h) = [\beta p(h e) + p(h \sim e)]/[\beta p(e) + p(\sim e)]$$

## 2. 베이즈 인수에 의한 성공 사례들

서두에서 언급한 대로, 제프리의 조건화가 안게 되는 여러 문제들이 그 동안 베이즈 인수의 도입에 의해 여러 방향으로 성공적으로 해결되는 경험들을 하게 되었다. 그 주요한 사례들을 차례로 살펴보기로 하자.

**비교환성 문제의 해결.** 여러 사람들이 제프리의 조건화가 단순히 경험의 충격이 주어지는 순서의 변화에 따라 최종 신념도에 변화를 초래

한다는 점에서 그 비교환성의 문제를 지적한 바 있다(Domotor 1980; Skyrms 1986/1990; van Fraassen 1989; Döring 1999 등). 하지만 서두에서 언급한 대로, 무엇보다도 베이즈 인수의 도입은 이러한 문제를 해결하는 데 매우 효과적임이 드러났다. 이를 앞서의 <표 1>과 관련된 사례로 살펴보기로 하자. 먼저 함수  $p$ 로부터  $q$ 로 나아가는 경우에 (BF)의 식을 적용해 보면,  $\beta(\sim e : \sim e) = (0.20/0.20)/(0.50/0.50) = 1$ ,  $\beta(e : \sim e) = (0.80/0.20)/(0.50/0.50) = 4$ 이다. 유사하게  $q$ 로부터  $r$ 로 나아가는 경우에 (BF)를 적용해 보면,  $\beta'(\sim e : \sim e) = 1$ ,  $\beta'(e : \sim e) = 1/6$ 이다. 따라서 이를 (JCBF)의 식에 거듭 적용해 보면,  $r(h) = [\beta\beta'p(he) + p(h \sim e)] / [\beta\beta'p(e) + p(\sim e)] = 0.48$ 이다. 이는 앞서 1절에서 <표 1>과 관련해 제시한 예시에서의  $r(h)$ 의 값과 일치한다. 그러나 이제 1절에서와는 달리 위의 베이즈 인수를 이용하게 되면, 방금의  $r(h)$  식에서 쉽게 확인할 수 있듯,  $\beta\beta'$ 의 순서가 바뀌어도 그 값에는 변화가 없게 된다.

물론 지금의 경우는 경험의 충격이 동일한 분할 집합  $\mathbf{E}$ 에 대해 거듭 적용되어 신념도 갱신이 이루어진 경우이다. 하지만 이는 또 다른 분할 집합  $\mathbf{F}$ 에 대해서도 마찬가지로 성립함을 쉽사리 확인할 수 있다. 이를 위해 분할 집합  $\mathbf{E}$ 를  $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ 로,  $\mathbf{F}$ 를  $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ 로 일 반화시키고, 베이즈 인수  $\beta$ 에 의해 함수  $p$ 로부터  $q$ 로, 그리고 다시 새로운 베이즈 인수  $\gamma$ 에 의해 다시 함수  $q$ 로부터  $r$ 로 나아갔다고 해 보자. 그렇다면 위에서와 같은 논법으로 다음의 식을 얻을 수 있다.<sup>9)</sup>

$$(2.1) \quad r(h) = p_{\beta, \gamma}(h) = \sum_{i,j} \beta_i \gamma_j p(he_i f_j) / \sum_{i,j} \beta_i \gamma_j p(e_i f_j)$$

이 식에서도 쉽게 확인할 수 있듯, 베이즈 인수  $\beta$ 와  $\gamma$ 의 교환만으로는  $r(h)$ 의 값에 어떠한 변화도 일으키지 못한다. 즉 경험의 충격이 복수의 분할 집합에 대해 차례로 적용되는 경우에도 일반적으로 교환성이 성립함을 알 수 있다.

9) 이에 대한 증명은 어렵지 않다. 예컨대 Jeffrey (2001), p. 22에서 그러한 증명을 찾아볼 수 있다.

**동시적 신념도 갱신의 문제 해결.** 위의 두 경우는 나름대로 차이가 있긴 하나, 그럼에도 불구하고 경험의 충격들이 동일한 분할 집합이나 또 다른 분할 집합으로 차례로 연속하여 신념도 갱신을 초래한다는 점에서 공통점을 지닌다. 이른바 ‘연속적’(successive) 신념도 갱신이라 할 수 있다. 하지만 **E**와 **F**와 같이 복수의 서로 다른 분할 집합과 관련해 이처럼 연속적인 대신에 어느 경험의 충격에 의해 그 집합 모두와 관련해 동시에 신념도 갱신이 이루어지는 경우도 가능하다. 이른바 ‘동시적’(simultaneous) 신념도 갱신이라 할 수 있다. 하지만 단순히 (JC)만으로는 이와 같은 동시적 신념도 갱신은 제대로 처리할 수 없다는 문제 제기가 있어 왔다(Earman 1992, p. 51; Howson & Urbach 1993, p. 110; Halpern 2003, p. 107 등).

물론 이와 같은 문제에 대해 가능성 있는 제안 중 하나는, 동시적 신념도 갱신을 연속적 신념도 갱신의 하나로 보자는 것일 수 있다. 왜냐하면 바로 위에서 보았듯 베이지 인수를 사용한다면 서로 다른 분할 함수와 관련해 차례로 신념도 갱신을 할 경우 그 갱신의 순서는 문제가 되지 않기 때문이다. 그러나 동시적 신념도 갱신의 경우에는 이와 같은 교환성의 요건 이외에도 중요한 또 하나의 요건을 고려하지 않으면 안 된다. 즉 것처럼 순서에 관계없이 갱신이 이루어진다고 할지라도, 그 최종 결과가  $e$ 와  $f$  각각에 대한 새로운 신념도  $r(e)$ [또는  $R(e)$ ],  $r(f)$ [또는  $R(f)$ ]와 각각 일치해야만 한다는 것이다. 분할 집합 **E**와 **F**와 관련해 ‘동시에’ 경험의 충격으로 신념도가 바뀔 경우에는 처음의 신념도 함수  $p$ 로부터 바로 최종 신념도 함수  $r$ (또는  $R$ )로 나아간 것으로 이해할 수 있기 때문이다. 따라서 동시적 신념도 갱신을 연속적 신념도 갱신의 하나로 볼 수 있기 위해서는  $e$ 와  $f$ 에 대해 후자의 과정을 거친 신념도 갱신의 결과가  $e$ 와  $f$  각각에 대한 직접적 신념도 변화의 결과와 일치해야만 하는 것이다. 하지만 불행히도 아주 특수한 경우 이외에는 이와 같은 두 번째 요건이 일반적으로 충족될 수 없음이 밝혀졌다.<sup>10)</sup> 즉 문제의 요건은 처음의 신념도 함수  $p$ 와 관련해  $e$ 와

<sup>10)</sup> Diaconis & Zabell (1982). 물론 이들은 일차적으로 (JC)에 대해 이와 같은 점을 보였으나, 이는 (JCBF)에 대해서도 쉽사리 보일 수 있다.

$f$ 가 서로 확률적으로 독립적(probabilistically independent)일 경우에만 보장할 수 있을 따름이다. 그러므로 사실상 이러한 확률적 독립성이 유지되지 않는 경우에는 해당 요건이 충족되지 않는 사례도 쉽사리 발견할 수 있다.

그러나 이와 같은 문제에 대해 박일호는 문제의 요건을 충족시키면서 새로이 베이지 인수를 결정하는 방법을 제시함으로써 새로운 돌파구를 마련한 바 있다(Park 2013). 그의 제안의 핵심은 다음과 같이 요약할 수 있다. 이제 어느 경험에 의해 증거 명제  $e$ 와  $f$ 에 대한 우리의 신념도가 동시에 변화하여, 처음  $p(e)$ 로부터  $r(e)$ 로, 그리고  $p(f)$ 로부터  $r(f)$ 로 변화했다고 해 보자. 그렇다면 이러한  $r(e)$ 와  $r(f)$ 는 각기 처음  $p(e)$ 와  $p(f)$ 로부터 연속적으로 어떤 갱신의 과정을 거쳐 오든 그 과정이 궁극적으로 만족시켜야만 하는 제약 조건이 되고, 따라서 다음의 두 식이 성립해야만 한다.

$$(2.2) \quad p_{EF}(e) = p_{FE}(e) = r(e), \quad p_{EF}(f) = p_{FE}(f) = r(f)$$

여기서 ' $p_{EF}$ '는 처음 신념도 함수  $p$ 로부터 연속적으로 (JC)에 의해 분할 집합 **E**와 **F**와 관련해 그러한 순서로 차례로 갱신이 이루어졌음을 보이고, 이하의 기호들 역시 각기 이와 유사한 의미를 나타낸다. 이 경우  $p_{EF}(e) = p_{FE}(e)$ 와  $p_{EF}(f) = p_{FE}(f)$ 가 가능함은 이미 알고 있다. 왜냐하면 베이지 인수를 사용할 경우, 이와 같은 교환성이 성립함을 위의 식 (2.1)을 통해 쉽사리 확인 가능하기 때문이다. 지금 우리의 사례에 식 (2.1)을 적용하면 다음과 같이 될 것이다.

$$(2.3) \quad p_{EF}(h) = p_{FE}(h) = \frac{\beta\gamma p(h \sim ef) + \beta p(h \sim e \sim f) + \gamma p(h \sim ef) + p(h \sim e \sim f)}{\beta\gamma p(e \sim f) + \beta p(e \sim f) + \gamma p(\sim e \sim f) + p(\sim e \sim f)}$$

여기서 보듯, 베이지 인수  $\beta$ 와  $\gamma$ 의 교환만으로는  $p_{EF}(h)$ 와  $p_{FE}(h)$ 의 값에 아무런 변화도 초래되지 않는다. 하지만 문제는 이로써 위의 요건 (2.2)를 만족시킬 수 있는냐는 점이다. 만일  $e$ 와  $f$ 가 확률적으로 독

립적이어서  $p(e|f)=p(e)p(f)$ 라면, 식 (2.3)에 의해  $p_{EF}(e)$ 나  $p_{FE}(e)$ 로부터  $p_{EF}(e)=p_{FE}(e)=r(e)$ 를 이끌어 내는 일은 어렵지 않을 것이다(이는  $f$ 에 대해서도 마찬가지이다). 하지만 이와 같은 조건이 성립되지 않는 경우라면 어떻게 할 것인가? 바로 이때 박일호는 오히려  $p_{EF}(e)=a$ ,  $p_{EF}(f)=b$ 로 두고, 이때의 연립 방정식을 풀어, 이로써 주어지는  $\beta$ 와  $\gamma$ 의 값을 적절한 새 베이즈 인수로 설정할 것을 제안한 것이다. 이것이 가능한 것은, 위의 식 (2.3)에서  $h$  대신 각기  $e$ 와  $f$ 를 대입해 다음과 같은 식들을 얻을 수 있고, 이들의 연립 방정식이 하나의 해를 가질 수 있기 때문이다.

$$\begin{aligned}
 (2.4) \quad a=p_{EF}(e) &= \frac{\beta\gamma p(e|f) + \beta p(e \sim f)}{\beta\gamma p(e|f) + \beta p(e \sim f) + \gamma p(\sim e|f) + p(\sim e \sim f)}, \\
 b=p_{EF}(f) &= \frac{\beta\gamma p(e|f) + \beta p(\sim e|f)}{\beta\gamma p(e|f) + \beta p(e \sim f) + \gamma p(\sim e|f) + p(\sim e \sim f)}.
 \end{aligned}$$

**부분적 신념도 갱신의 문제 해결.** 신념도 갱신에서 이처럼 베이즈 인수가 등장하는 연립 방정식을 이용해 문제를 해결하는 전략이 효과를 발휘하는 또 다른 경우는 이른바 ‘부분적’(partial) 신념도 갱신의 경우이다. 어떤 경험의 충격이 증거 명제들에 대한 신념도에 영향을 미칠 경우, 우리는 그와 관련된 ‘모든’ 신념도 역시 변화되리라 기대할지 모른다. 하지만 과학의 실재에 있어 보면, 이와 같은 일이 언제나 발생하는 것도 아니며, 또한 그것이 바람직하지 않은 경우도 많다. 예컨대 천왕성의 궤도에 관한 관찰 결과가 뉴턴의 가설에서 예측하는 바와 달랐다 할지라도 다른 경험적 증거에 기반해 그의 가설에 대한 신념도를 고수하는 경우가 그것이다. 하지만 이러한 경우라면, (JC)가 제대로 적용될 수 없다는 지적이 있어 왔다(Levi 1967; Bradley 2005). 그럼에도 불구하고 박일호는 이와 같은 경우 역시 동시적 신념도 갱신의 경우에서와 유사하게 연속적 신념도 갱신과 관련한 연립 방정식의 해법으로 처리될 수 있음을 훌륭하게 보이고 있다(박일호 2013).

이를 위해 다음과 같은 사례를 생각해 보기로 하자. 분할 집합  $\mathbf{E}$ 와 관련해, 어떤 사람의 처음 신념도 함수  $p$ 에 따라  $p(e)=1/3$ ,  $p(\sim e)$

$=2/3$ 라고 해 보자. 그리고 분할 집합  $\mathbf{F}$ 와 관련해서는  $p(f)=1/2$ ,  $p(\sim f)=1/2$ 라고 해 보자. 또한  $p(f/e)=3/4$ ,  $p(f/\sim e)=3/8$ 이다.<sup>11)</sup> 따라서 이 결과를 표로 나타내면, 아래의 <표 2-1>과 같다.

$p$	$f$	$\sim f$	합
$e$	1/4	1/12	1/3
$\sim e$	1/4	5/12	2/3
합	1/2	1/2	1.00

&lt;표 2-1&gt;

$c$	$f$	$\sim f$	합
$e$	?	?	?
$\sim e$	?	?	?
합	?	?	1.00

&lt;표 2-2&gt;

$r$	$f$	$\sim f$	합
$e$	?	?	1/4
$\sim e$	?	?	3/4
합	1/2	1/2	1.00

&lt;표 2-3&gt;

그런데 이제 경험의 충격에 의해 그녀의 새로운 신념도 함수  $r$ 이 형성되고, 이에 따라 우선 명제  $e$ 에 대한 그녀의 신념도가  $r(e)=1/4$ 이 되었다고 해 보자. 즉 경험의 충격에 의해  $e$ 에 대한 그녀의 신념도가 갱신된 것이다. 그렇다면 이 경우  $f$ 에 대한 그녀의 신념도  $r(f)$ 는 어떻게 될 것인가? 물론 이때 경험의 충격이  $e$ 뿐 아니라  $f$ 에 대한 신념도에도 동시에 영향을 미쳤다면, 이는 앞서의 동시적 신념도 갱신의 경우에 해당될 것이다. 하지만 이번에는 경험의 충격이 오로지  $e$ 에 한(그리하여 또한  $\sim e$ 에 대한) 신념도에만 직접적인 영향을 미쳤다고 해 보자. 이렇게 되면 언뜻  $f$ 나  $\sim f$ 에 대한 그녀의 신념도에는 아무런 변화가 없다고 생각할지 모른다. 하지만 (JC)에 따르면 이에 대한 그녀의 신념도에도 역시 변화가 초래되어야만 한다. 왜냐하면 직접적으로는 아닐지 몰라도, 만일  $e$ 와  $f$ 가 확률적으로 독립적이지 않다면, 즉  $f$ 에 대한 신념도가  $e$ 에 대한 신념도와 관련이 있다면, 오히려 직접적으로는 아닐지 몰라도 간접적으로나마  $f$ 에 대한 신념도 역시  $e$ 에 대한 신념도의 변화에 따라 변화할 수 있기 때문이다. 사실상 (JC)는 이러한 기대에 잘 부응해, 경험의 충격에 의해 직접적으로 변화되는 신념과 관련되는 ‘모든’ 신념도가 바뀌도록 조절해 주고 있다.<sup>12)</sup> 그러므로 박일호는 이와 같은 신념도의 갱신에 대해 ‘전체적’(total)이란 명

11) 이는 브래들리의 원래 예를 박일호가 수정한 것으로, 여기서는 다시 우리의 사정에 맞게 수정하였다.

12) 이에 대한 증명은 박일호 (2013), pp. 40-41에서 찾아볼 수 있다.



칭을 부여하고 있다. 하지만 신념도의 갱신이 언제나 이처럼 전체적으로만 이루어질 필연적인 이유도 없으며, 또한 실제적으로도 그러하지 않은 경우도 있을 수 있다. 앞서 언급한 과학사의 한 사례가 그것이다. 이 경우에는 예컨대 천왕성의 궤도에 관한 관찰의 결과  $e$ 에 대한 신념도  $p(e)$ 가  $r(e) \neq p(e)$ 로 변화했음에도 불구하고, 그러한  $e$ 를 원소로 하는 분할 집합  $\mathbf{E}$ 와 확률적으로 독립적이지 않은(즉  $\mathbf{E}$ 의 각 원소와 확률적으로 독립적이지 않은) 명제  $f$ , 예컨대 뉴턴 역학에 관한 명제의 신념도는 변화하지 않은 것으로 볼 수 있다. 곧  $r(f)=p(f)$ 인 것이다. 박일호는 바로 이와 같은 경우의 신념도 갱신에 대해 ‘부분적’이라는 명칭을 부여한 셈이다.

그렇다면 이제 위의 <표 2-1>과 관련한 사례를 이러한 관점에서 다시 보기로 하자. 이 경우  $p(f/e)=3/4 \neq 1/2=p(f)$ 이고,  $p(f/\sim e)=3/8 \neq 1/2=p(f)$ 이어서,  $f$ 는  $\mathbf{E}$ 와 확률적으로 독립적이지 않고, 따라서  $f$ 에 대한 신념도는  $e$ 에 대한 신념도와 관련이 있다. 그럼에도 불구하고 예의 행위자가  $f$ 에 대한 처음의 신념도를 고집하여  $r(f)=p(f)=1/2$ 이라고 해 보자. 즉 여기서 부분적 신념도 갱신이 이루어졌다고 가정해 보자. 이러한 가정을 나타낸 것이 위의 <표 2-3>이다. 그러나 이와 같은 가정은 앞서 지적한 대로 (JC)와는 충돌한다. 그렇다면 우리는 양자 중 어느 하나를 포기해야 할까? 이에 대해 박일호는 다음과 같은 대안을 제시하고 있다. 즉 신념도 함수  $p$ 로부터  $r$ 로 나아가는 과정에 하나의 중간적인 신념도 함수  $c$ 를 가정하자는 것이다. 그리고 이제 처음에  $p$ 로부터  $c$ 로, 그리고 다시  $c$ 로부터  $r$ 로 나아가는 하나의 연속적인 신념도 갱신의 과정을 상정한다면, 이로써 부분적 신념도 갱신의 문제를 해결할 수 있다는 것이다. 단, 이때 중요한 점은 (JC) 대신 (JCBF)를 사용해야 한다는 점이다.<sup>13)</sup> 왜냐하면 지금의 상황을 연속적 신념도 갱신의 과정으로 보아 문제를 해결하기 위해서는 그 과정을 곧 앞서의 동시적 신념도 갱신의 한 과정으로 보아야만 하고, 이를 위해서는 (JC)

<sup>13)</sup> 박일호 (2013)은 이와 같은 사실에 대해 충분히 강조하고 있지 못한 것으로 보인다. 하지만 지금의 나의 관심사와 관련해서는 이러한 점은 대단히 중요하다.

대신 (JCBF)의 사용이 필수적이기 때문이다.

만일 사정이 이와 같다면, 이제 문제는 가상의  $c$ 를 결정해 주는 일이나, 이는 위의 <표 2-2>에서 보듯, 직접적으로 결정될 수 있는 것이 아니다.  $c(e)$ 와  $r(e)$ 이 값이 결정되지 않은 탓에  $p$ 로부터  $c$ 로 나아갈 때와  $c$ 로부터  $r$ 로 나아갈 때 각각의 베이지스 인수  $\beta$ 와  $\gamma$ 를 구할 수 없기 때문이다. 그럼에도 불구하고 이 경우 <표 2-3>에 나타나 있듯  $r(e)$ 와  $r(f)$ 의 값은 이미 알려져 있고, 이를 이용한 연립 방정식을 푼다면 문제의 베이지스 인수들을 구할 수 있다. 즉 위에서의 식 (2.4)에서 처럼 다음과 같은 연립 방정식의 해를 얻는다면, 우리는 필요한 베이지스 인수들을 얻어, 부분적 신념도 갱신의 문제를 해결할 수 있는 것이다.

$$(2.5) \quad \begin{aligned} 1/4=r(e) &= \frac{\beta\gamma p(e f) + \beta p(e \sim f)}{\beta\gamma p(e f) + \beta p(e \sim f) + \gamma p(\sim e f) + p(\sim e \sim f)}, \\ 1/2=r(f)=p(f) &= \frac{\beta\gamma p(e f) + \beta p(\sim e f)}{\beta\gamma p(e f) + \beta p(e \sim f) + \gamma p(\sim e f) + p(\sim e \sim f)}. \end{aligned}$$

**오래된 증거의 문제 해결.** 글리머어가 처음 ‘오래된 증거의 문제’(problem of old evidence)를 제기한 이래(Glymour 1980) 이 문제는 베이지스주의에 가장 큰 위협 중의 하나로 여겨져 왔다. 물론 이에 대해서는 여타의 해결 시도들도 존재하기는 하나,<sup>14)</sup> 여기서는 베이지스 인수를 이용한 해법을 고려해 보기로 하자.

실제 과학사에서 오래된 증거의 문제로 널리 알려진 예는 수성의 근일점(近日點) 이동과 아인슈타인의 일반 상대성 이론과의 관계 사례이다. 수성의 궤도에서 태양에 가장 가까이 다가가는 지점인 근일점이 이동한다는 사실은 이미 19세기 중반부터 잘 알려져 있었으나, 그것을 제대로 설명할 수 있게 된 것은 아인슈타인에 와서일 뿐이다. 이 점에서 수성의 근일점 이동 사례는 아인슈타인의 가설에 대해 좋은 입증 사례일 수 있으나, 전통적인 베이지스주의적 장치로서는 이를 제대로 처

<sup>14)</sup> 예컨대 Garber (1983). 하지만 이에 대한 비판과 관련 논의를 위해서는 Earman (1992), ch. 5 참조.

리하기 어려웠다. 왜냐하면 제1절에서의 (BC)에 따르면,  $h$ 가  $e$ 를 논리적으로 함축하고, 증거  $e$ 가 이미 확실한 것으로 알려져  $p(e)=1$ 이 되는 한,  $q(h)=p(h/e)=p(h)$ 이 되어, 그러한 증거가 문제의 가설을 입증함을 확률적으로 보여 주기 어려운 것이다. 하지만 제프리는 이와 같은 문제를 해결하는 새로운 해법을 제시한 바 있다.

오래된 증거의 문제를 베이즈주의식으로 처리하기 어려운 핵심적인 이유는 물론  $p(e)=1$ 이 된다는 점에 놓여 있다. 이는 그것을 설명해 주는 가설  $h$ 가 도입되어 예측되기 ‘이전에’ 이미 결정된 것이다. 하지만 이 대목에서 제프리는 한 걸음 더 나아가, 그와 같은  $e$ 의 참이 알려지고 또한 그것이  $h$ 와 갖는 논리적 관계가 알려지기 이전의 좀더 원초적인 상태를 가정하고, 이때의 신념도 함수를 ‘ $ur$ ’로 설정하였다. 이렇게 되면, 처음  $ur$ 의 함수로부터 시작하여, 오래된 증거가 등장한 상태에서의 신념도 함수  $p$ , 그리고 그러한 증거를 설명해 주는 가설이 등장한 상태에서의 신념도 함수  $q$ 로의 갱신이 이루어지는 과정을 생각해 볼 수 있는 것이다. 그렇다면 이는 처음에는 경험에 의한 갱신, 다음에는 이론적 설명에 의한 갱신의 과정을 거치는 연속적 신념도 갱신에 해당한다.

이제 이와 같은 과정을 해명하기 위해, 실제 역사적인 과정과는 달리, 처음  $ur$ 로부터 시작해, 먼저 이론적 설명 방식으로  $h$ 가  $e$ 를 예측할 때 신념도 갱신이, 그리고 그 후 관찰적 경험에 의해 신념도 갱신이 이루어진다고 가정하고, 이때의 새로운 신념도 함수들을 차례로  $P$ ,  $Q$ 라 해 보자. 그렇다면 이 과정을 다음의 표들로 정리해 볼 수 있다.<sup>15)</sup>

$ur$	$h$	$\sim h$	합
$e$	$a$	$c$	$a+c$
$\sim e$	$b$	$d$	$b+d$
합	$a+b$	$c+d$	1.00

<표 3-1>

$P$	$h$	$\sim h$	합
$e$	$a+b$	$c$	1.00
$\sim e$	0	$d$	0.00
합	$a+b$	$c+d$	1.00

<표 3-2>

$Q$	$h$	$\sim h$	합
$e$	$(a+b)/(a+b+c)$	$c/(a+b+c)$	1.00
$\sim e$	0	0	0.00
합	$(a+b)/(a+b+c)$	$c/(a+b+c)$	1.00

<표 3-3>

15) 여기서의 표는 Jeffrey (2004), p. 45의 그림을 우리의 맥락에 맞게 수정한 것이다.

우선 <표 3-1>로부터 <표 3-2>와 같이 나아가는 데 있어서는 몇 가지 가정이 필요하다. 이 경우 만일 가설  $h$ 가 증거  $e$ 를 논리적으로 함축한다는 점 이외에  $h$ 와  $e$  사이의 관계에 관해 새로운 어떠한 것도 별도로 알려지지 않는다고 볼 수 있다면,  $P(e/h)=1$ ,  $P(e/\sim h)=ur(e/\sim h)$ ,  $P(h)=ur(h)$ 을 가정하는 일은 합리적이다.<sup>16)</sup> 이를 모두 만족시키는 확률값들을 제시한 것이 바로 위의 <표 3-2>이다(이 경우  $P(h\sim e)=0$ 임에 주의). 다음으로, 관찰에 의해  $Q(e)=1$ (즉  $Q(\sim e)=0$ )임이 확인되고 나면, <표 3-3>과 같은 확률값들에 이르게 된다.

그런데 이제 위와 같은 신념도 갱신의 순서를 바꿔, 처음  $ur$ 로부터 시작해, 먼저 관찰적 경험에 의해 신념도 갱신이, 그리고 그 후 이론적 설명 방식으로  $h$ 가  $e$ 를 설명할 때 신념도 갱신이 이루어진다고 가정하고, 이때의 새로운 신념도 함수들을 차례로  $p$ ,  $q$ 라 해 보자. 이 경우 만일 신념도 갱신의 순서에 관계없이 그 최종적인 갱신의 결과가 같아질 수 있다면, 이 과정은 다음의 표들로 정리해 볼 수 있다.

$ur$	$h$	$\sim h$	합
$e$	$a$	$c$	$a+c$
$\sim e$	$b$	$d$	$b+d$
합	$a+b$	$c+d$	1.00

&lt;표 4-1&gt;

$p$	$h$	$\sim h$	합
$e$	$a/(a+c)$	$c/(a+c)$	1.00
$\sim e$	0	0	0.00
합	$a/(a+c)$	$c/(a+c)$	1.00

&lt;표 4-2&gt;

$q$	$h$	$\sim h$	합
$e$	$(a+b)/(a+b+c)$	$c/(a+b+c)$	1.00
$\sim e$	0	0	0.00
합	$(a+b)/(a+b+c)$	$c/(a+b+c)$	1.00

&lt;표 4-3&gt;

처음 <표 4-1>로부터 <표 4-2>로의 변화는 증거 명제  $e$ 에 대한 확신을 반영한 것이다. 그리고 <표 4-2>로부터 <표 4-3>으로의 변화는 그와 같은  $e$ 에 대해 이루어진 새로운 설명을 반영한 새 신념도로의 변화를 보여 준다. 물론 이때의 변화야말로 실제 역사적인, 오래된 증거의 문제 상황을 반영하는 셈이다. 그렇다면 이 경우 문제 해결의 핵심은 이로써  $q(h)=(a+b)/(a+b+c)>a/(a+c)=p(h)$ 일 수 있느냐 하는 점

<sup>16)</sup> 이러한 가정들은 Jeffrey (1991), p. 104에 제시된 것 대신에 좀더 알기 쉬운 것으로 그와 동치인 와그너의 식들을 반영한 것이다(Wager 1997, p. 680).

이다.

이를 위해 제프리는 가설  $h$ 와 관련해  $p$ 로부터  $q$ 로 나아갈 때의 베이즈 인수를 고려한다. 즉  $\beta(h:\sim h)=[q(h)/q(\sim h)]/[p(h)p(\sim h)]=[ (a+b)/c ]/[ a/c ]=1+[ur(\sim e/h)/ur(e/h)]$ 이다. 이 경우 만일 한 가지 그럴 법한 가정으로,  $ur$ 의 상황에서  $h$ 가  $e$ 와 확률적으로 독립적임을 가정한다면,  $\beta(h:\sim h)=1+[ur(\sim e)/ur(e)]$ 를 얻게 된다. 이때 증거  $e$ 는 구체적으로 수성의 근일점이 1세기에 43초 이동한다는 사실을 나타내며,  $\sim e$ 는 문제의 43초 이외의 수많은 가능한 이동 사실에 관한 명제의 선언, 즉 예컨대  $\dots e_{41} \vee e_{42} \vee e_{44} \vee e_{45} \dots$ 와 같은 것을 나타낸다. 그러므로 이 경우, 그 명제들 가운데 어느 하나를 특별히 선호할 만한 이유가 없는 한, 베이즈 인수  $\beta(h:\sim h)$ 가 1보다 매우 크다는 것이 분명하다. 그런데  $\beta(h:\sim h)=[q(h)q(\sim h)]/[p(h)p(\sim h)]>1$ 인 경우 그리고 오직 그 경우에만  $q(h)>p(h)$ 이다. 이로써 오래된 증거는 문제는 해결된 것으로 보인다.

하지만 위에서 설명한 과정이 진정으로 하나의 해결이 되기 위해서는 중요한 점이 한 가지 더 해명될 필요가 있다. 위의 해법에서 중요한 관건은,  $ur \mapsto p \mapsto q$ 의 과정이 낳는 확률적 결과가  $ur \mapsto P \mapsto Q$ 의 과정이 낳는 결과와 동일해야 한다는 점이다. 그러나 이것을 어떻게 보장할 것인가? 이에 대한 한 가지 유력한 대안은, 지금까지의 논의를 통해 쉽사리 짐작할 수 있듯, 베이즈 인수를 활용하는 일이다. 그것이야말로 신념도 갱신의 순서에 무관하게 동일한 결과를 보여 주기 때문이다. 위에서  $q(h)>p(h)$ 임을 보이기 위해 제프리가 이용한 베이즈 인수는 가설  $h$ 에 대한 것이었다. 하지만 위의 서로 다른 두 갱신의 과정을 해명하기 위해서는 경험에 근거한 갱신과 설명에 의한 갱신에 일관적으로 적용될 수 있는 베이즈 인수를 제시할 수 있어야만 한다. 물론 단순히 위의 표들에 대해 베이즈 인수들을 구해 보면, 그것들이 서로 동일함을 알게 되나, 그 값들이  $\infty$ 이 됨을 확인하게 된다. 이는  $\sim e$ 에 대한 확률값들이 0이 되기 때문이다. 이는 역사적인 에피소드를 단순화시켜 해명하는 과정에서 나올 법한 값이긴 하나, 앞서 원초적 확률주의의 관점에서 보자면  $\sim e$ 에 대한 확률들을 0으로 두는 일은 부정

절하다. 따라서 이러한 관점에 따르면,  $e$ 에 대한 확률 역시 1이 되기 보다는 1에 가까운 값으로 보는 것이 적절하다. 이와 같은 견지에서, 오래된 증거의 문제에 대한 제프리의 해법을 좀더 일반화시킨 사람이 와그너이다. 즉 그는 증거  $e$ 에 대해 그것이 확실하기보다 높은 확률을 갖고, 가설  $h$ 와  $e$  사이의 관계 역시 논리적 함축 관계이기보다는 높은 확률적 관계라는 관점에서 오래된 증거의 문제를 제프리식으로 해결하고자 시도하였다(Wagner 1997; 1999; 2001; 2003).

와그너의 시도에서 핵심적인 원리는 이른바 ‘일양성 원리’(Uniformity Principle)에 놓여 있다. 즉 귀납적인 학습의 과정에서 동일한 학습의 결과는 동일한 신구(新舊) 오즈의 비(identical ratio of new-to-old odds)에 반영되어야만 한다는 것이다. 여기서 ‘오즈’란 어느 두 명제 각각에 대한 확률의 비로, 결국 ‘오즈의 비’란 형식상 앞서 제시한 베이즈 인수의 식 (BF)와 다름없다. 이제 이와 같은 원리에 따라 경험과 설명이라는 두 계기에 따라 이루어지는 갱신의 과정에서 관련된 베이즈 인수들이 어떻게 서로 동일해질 수 있는가를 살펴보기로 하자.

우선 <표 3-1>이나 <표 4-1>에서 보듯, 명제  $e$ 와  $h$ 에 의해 이루어지는 분할 집합  $\mathbf{A}=\{he, h \sim e, \sim he, \sim h \sim e\}$ 를 설정해 보기로 하자. 이 경우 집합  $\mathbf{A}$ 의 어느 두 원소  $A_1$ 과  $A_2$ 에 대해 위의  $p \mapsto q$ 에 관한 베이즈 인수  $\beta_p^q(A_1 : A_2)$ 와,  $ur \mapsto P$ 에 관한 베이즈 인수  $\beta_{ur}^P(A_1 : A_2)$ 가 서로 동일할 수 있는 조건, 즉  $\beta_p^q(A_1 : A_2) = \beta_{ur}^P(A_1 : A_2)$ 이 될 수 있는 조건은 다음과 같은 비례식에 놓여 있다.<sup>17)</sup>

$$(2.6) \quad q(A) \propto p(A)P(A)/ur(A), \quad \forall A \in \mathbf{A}$$

그런데 앞서 제프리의 예에서 설명에 의해 이루어지는 신념도 갱신시 제시되었던 가정 중 하나인  $P(h)=ur(h)$ 은 나머지 가정들과 더불어

17) 이에 대한 증명은 Wagner (1997), p. 683 참조.

위의 (2.6)의 한 특수한 경우임이 드러난다.<sup>18)</sup> 그러므로 설명에 의해 신념도 갱신이 이루어지는 경우, 이와 같은 조건들을 따르는 한,  $\beta_p^q(A_1 : A_2) = \beta_{ur}^p(A_1 : A_2)$ 라 할 수 있다.

다른 한편, 집합 **E**의 어느 두 원소  $e$ 와  $\sim e$ 에 대해 위의  $P \mapsto Q$ 에 관한 베이즈 인수  $\beta_P^Q(e : \sim e)$ 와,  $ur \mapsto p$ 에 관한 베이즈 인수  $\beta_{ur}^p(e : \sim e)$ 를 서로 비교해 보기로 하자. 이는 경험에 의해 신념도 갱신이 이루어지는 경우를 보여 주고 있다. 그런데 이 역시 위의 식 (2.6)을 이용하면 서로 동일함, 즉  $\beta_P^Q(e : \sim e) = \beta_{ur}^p(e : \sim e)$ 을 밝힐 수 있다. 이 과정은 이후 베이즈 인수 자체에 관한 우리의 관심사와 관련 해 중요하므로, 좀더 상세히 밝혀 보기로 하자. 먼저 우리는  $\beta_P^Q(e : \sim e)$ 에 대해 다음의 결과를 얻을 수 있다.<sup>19)</sup>

$$\begin{aligned}
 (2.7) \quad \beta_P^Q(e : \sim e) &= \frac{Q(e)}{Q(\sim e)} / \frac{P(e)}{P(\sim e)} = \left[ \frac{Q(he) + Q(\sim he)}{Q(h \sim e) + Q(\sim h \sim e)} \right] / \frac{P(e)}{P(\sim e)} \\
 &= \frac{\frac{p(he)P(he)}{ur(he)} + \frac{p(\sim he)P(\sim he)}{ur(\sim he)}}{\frac{p(h \sim e)P(h \sim e)}{ur(h \sim e)} + \frac{p(\sim h \sim e)P(\sim h \sim e)}{ur(\sim h \sim e)}} / \frac{P(e)}{P(\sim e)} \\
 &= \frac{\frac{p(he)}{ur(he)}}{\frac{p(h \sim e)}{ur(h \sim e)}}
 \end{aligned}$$

그리고  $\beta_{ur}^p(e : \sim e)$ 에 대해서도 유사한 과정을 거치면 동일한 결과를

18) 이를 위해서는 Wagner (1997), pp. 680-83 참조.

19) 이 과정에서는 위의 식 (2.6) 이외에 또한 제프리의 확률 동화에 있어 이른바 ‘고정성’(rigidity)에 의존하고 있다. 앞서의 (JC)를 따르게 되면, 우리는 역시  $q(h/e) = p(h/e)$ ,  $q(h/\sim e) = p(h/\sim e)$ 임을 가정해야만 한다. 사실 (JC)와 지금의 고정성이 서로 논리적 동치임은 확률 법칙에 의해 쉽사리 증명할 수 있다(Jeffrey 2004, p. 54 참조). 만일 이와 같은 고정성이 성립한다면, 지금의 식에서  $p(he)/p(\sim he) = ur(he)/ur(\sim he)$ ,  $p(h \sim e)/p(\sim h \sim e) = ur(h \sim e)/ur(\sim h \sim e)$ 의 관계를 이용할 수 있다.

언게 된다. 따라서 경험에 의해 신념도 갱신이 이루어지는 경우에도  $\beta_P^Q(e : \sim e) = \beta_{ur}^P(e : \sim e)$ 임을 알게 된다.

이렇게 된다면, 결국 오래된 증거의 문제에 대해 베이즈 인수들을 활용하는 경우, 설명에 의한 신념도 갱신의 때와 경험에 의한 신념도 갱신의 때 각각의 베이즈 인수들이 동일한 한, 그 순서가 어떻게 바뀌든 그 최종 결과는 동일해진다고 말할 수 있다. 이때 신념도 갱신의 교환성이 성립함은 물론이다. 오래된 증거의 문제에 대한 이와 같은 해법에 있어,<sup>20)</sup> 베이즈 인수가 중요한 역할을 했음은 물론, 가상의 신념도 함수를 설정한 점이 앞서 부분적 신념도 갱신의 해법에서와 마찬가지로 전략이었음은 주목할 만하다.

**반영 원리의 문제 해결.** 신념도 갱신이 이루어지는 계기는 단지 경험의 직접적인 충격이나 새로운 이론적 설명뿐만이 아니다. 반 프라센이 제안했듯(van Fraassen 1984), 어느 시점보다 미래의 시점에 우리가 갖게 될 것으로 예상되는 신념도에 의해서도 갱신이 가능하다. 이때 그 신념도에 대한 우리의 신념도는 어느 한 신념도에 의한 신념도이므로, 이른바 ‘고차적’(higher-order) 신념도라 할 수 있다. 그러므로 예컨대 어느 시점  $t$ 보다 이후의 한 시점  $t+a(a>0)$ 에서 어느 한 사람이 신념도 함수  $p_{t+a}$ 를 갖게 될 것으로 예상되는 경우, 시점  $t$ 에서 그녀의 신념도 함수를  $p_t$ , 시점  $t+a$ 에서 그녀가 신념도 함수  $p_{t+a}$ 를 갖는다는 명제를  $R_{t+a}$ 라 하면, 임의의 가설  $h$ 에 대해 다음과 같은 등식이 성립한다.

20) 이와 관련해 한 심사 위원은 이러한 식으로 오래된 증거의 문제를 해결하는 일은 “추리의 역사성을 벗어난다는 점에서 ‘논리적 재구성’으로서의 성격을 갖고” 있을 뿐이라 지적한 바 있다. 일면 일리 있는 지적이라 생각한다. 하지만 본 논문의 의도는 이를 문제삼기보다 일단 그것을 수용한 상태에서 그 성공의 요인들을 찾아보는 데 있다. 이하의 논의도 마찬가지이다. 어찌면 그와 같은 문제들에 대한 본격적인 논의는 이러한 작업 후에 이루어질 수 있을지 모른다.



(RP) 임의의  $h$ 와 실수  $a(>0)$ 에 대해,  $p_t(R_{t+a})>0$ 인 경우,

$$p_t(h/R_{t+a})=p_{t+a}(h)이다.$$

반 프라센의 명명에 따라 흔히 ‘반영 원리’(Reflection Principle)라 부르는 이와 같은 원리는 전통적인 신념도 갱신의 규칙인 (BC)와 잘 어울릴 수 있는 것으로 알려져 있다.<sup>21)</sup> 하지만 박일호는 위와 같은 (RP) 형태 그대로의 반영 원리는 제프리의 (JC)와는 충돌함을 새로이 지적하고, 그러한 충돌을 피할 수 있는 방안을 제시한 바 있다(Park 2012).

박일호의 관점에서, 문제의 충돌이 발생하는 까닭은, 반영 원리에 따라 신념도 갱신이 이루어지는 과정에서 어떤 경험에 의한 중복 결정(overdetermination) 때문이다. 즉 어떤 경험의 충격이 중간 단계의 신념도 함수에 중복해 반영되기 때문이라는 것이다. 이를 좀더 정확히 보이기 위해, 이제 처음 출발 시점을  $t=0$ 로 두고, 미래 시점을  $t+2=2$ 로 두기로 해 보자. 그리고 그 사이  $[t, t+1]$ 에 갖게 되는 어느 경험  $\epsilon_1$ 에 의해 갱신된 신념도 함수를  $p_1$ 이라 해 보자. 그렇다면 시간  $[t+1, t+2]$ 에는 또 다른 경험  $\epsilon_2$ 에 의해 신념도 함수  $p_2$ 에 이른 것으로 볼 수 있다. 이 점에서 보자면, 출발 시점  $t=0$ 에서 반영 원리를 받아들여  $p_0(h/R_2)=p_2(h)$ 라고 하는 것은, 일견 아직은 아니지만 미래에 갖게 될 더 나은 경험들을 반영하는 합리적인 하나의 갱신 방법으로 보인다. 이 경우  $p_2(h)$ 와  $p_0(h/R_2)$ 는 물론  $p_0$ 와  $\epsilon_1$  및  $\epsilon_2$ 에 의해 결정되고 있다. 하지만 이 과정을 처음에 (JC)에 의해  $p_0(h/R_2)$ 로부터  $p_1(h/R_2)$ 로, 그리고 다시 반영 원리 (RP)에 의해  $p_1(h/R_2)=p_2(h)$ 로 나아가는 방식으로 보기로 하자. 그렇다면 이때  $p_1(h/R_2)$ 는  $p_0(h/R_2)$ 와  $\epsilon_1$ 에 의해 결정된다. 그런데 이미 확인한 대로,  $p_0(h/R_2)$ 는  $p_0$ 와  $\epsilon_1$  및  $\epsilon_2$ 에 의해 결정된 것이다. 따라서  $p_1(h/R_2)$ 에 이르는 과정에서  $\epsilon_1$ 에 의한 중복 결정이 이루어진 셈이다. 반면  $p_0(h/R_2)$ 로부터 반영 원리에 의해  $p_2(h)$ 에 이른 경우에는 이와 같은 중복 결정이

21) 예컨대 Howson & Urbach (1993), p. 102; Weisberg (2007) 참조.

이루어지지 않으므로,  $p_1(h/R_2)$ 와  $p_2(h)$ 가 같아질 수 없고, 이로써 결국 (RP)와 (JC)는 서로 충돌하는 것으로 보이게 된 것이다.

이러한 문제에 대해 박일호는 우선 이러한 중복 결정을 피할 수 있는 방법을 제안한다. 이를 위해 이제 우리의 행위자의 신념도 함수가  $p_0$ 로부터  $p_2$ 로 갱신되었다는 명제를  $C_0^2$ 로 두기로 해 보자. 그리고 유사하게 그녀의 신념도 함수가  $p_1$ 로부터  $p_2$ 로 갱신되었다는 명제를  $C_1^2$ 로 두기로 해 보자. 그렇다면 중복 결정으로 인해  $p_1(h/C_0^2)$ 가  $p_2(h)$ 와 같아질 수는 없을지 몰라도  $p_1(h/C_1^2)$ 는  $p_2(h)$ 와 같아질 수 있고, 박일호는 제대로 된 반영 원리가 요구하는 바는 바로 이것이라고 주장한다. 그러므로 그는 좀더 일반적으로 앞서의  $R_{t+a}$  대신  $C_t^{t+a}$ 를 사용하고, 이에 따라 앞서의 (RP)에서도  $p_{t+1}(h/C_{t+1}^{t+a})=p_{t+a}(h)$ 와 같은 식으로 바꿀 것을 제안한다. 하지만 이 경우  $p_{t+1}(h/C_{t+1}^{t+a})$ 의 값을 어떻게 구할 수 있을 것인가?

물론 이는 (JC)에 의해  $p_t(h/C_{t+1}^{t+a})$ 로부터 얻어진 것이다. 그러므로 일반적으로  $0 < b < a$ 인 경우  $p_t(h/C_{t+b}^{t+a})$ 를 구할 수 있다면, 문제의 값을 구할 수 있을 것이다. 그런데 이와 같은 문제는 시간  $[t+b, t+a]$  동안에 갖게 되는 경험에 대한 베이즈 인수를 이용한다면 쉽사리 해결할 수 있다. 왜냐하면 우리의 행위자가 처음 신념도 함수  $p_t$ 로부터 출발해 반영 원리에 따라  $p_{t+a}$ 에 이른 경우, 문제의 베이즈 인수를  $\beta_i$ 라 한다면, 앞서의 식 (2.1)에 따라(지금의 경우에는  $\gamma$  불필요)  $p_t(h/C_{t+b}^{t+a}) = \sum_i \beta_i p_t(h e_i) / \sum_i \beta_i p_t(e_i)$ 를 얻을 수 있기 때문이다. 즉 그녀는 자신의 신념도 함수  $p_t$ 에 앞으로 갖게 될 경험에 관한 베이즈 인수를 미리 차용해 활용한 셈이다.<sup>22)</sup> 박일호는 바로 이와 같은 새로운 식을 제대로 된 반영 원리의 식(NRP)으로 보고 있다.

만일 이렇게 된다면, 이제 처음의 예에서 분할 집합  $\mathbf{E}$ 와 관련해 우

<sup>22)</sup> Park (2012), p. 482. 이러한 상황을 박일호는 일종의 협력적 신념도 갱신의 상황으로 보고 있다.

리는  $p_0$ 로부터 (JCBF)에 의해,  $p_1(h/C_1^2) = [\alpha p_0(h e/C_1^2) + p_0(h \sim e/C_1^2)] / [\alpha p_0(e/C_1^2) + p_0(\sim e/C_1^2)]$  (여기서 베이지 인수  $\alpha$ 는 처음의 경험  $\epsilon_1$ 에 대한 베이지 인수이다)를 얻을 수 있다. 그런데 다른 한편, 두 번째 경험  $\epsilon_2$ 에 대한 베이지 인수  $\beta_i$ 를 활용해 (NRP)를 적용한다면,  $p_0(h/C_1^2) = \sum_i \beta_i p_0(h e_i) / \sum_i \beta_i p_0(e_i)$  이다. 따라서 이 두 식을 결합해, 우리는  $p_1(h/C_1^2) = \sum_i \beta_i p_1(h e_i) / \sum_i \beta_i p_1(e_i)$  을 얻게 된다.<sup>23)</sup> 이는, 처음에 (JCBF)에 의해  $p_0$ 로부터  $p_1$ 을 얻는다 할지라도, 것처럼 얻게 된  $p_1$ 이 제대로 된 반영 원리 (NRP)와 충돌하는 일은 발생하지 않음을 뜻한다.

이상으로 우리는 제프리의 조건화가 안게 되는 주요 문제들이 어떻게 베이지 인수들의 활용해 의해 나름대로 해결될 수 있는가를 살펴보았다. 그렇다면 우리는 궁금증을 가질 만하다. 베이지 인수는 왜 그토록 효과적인가? 이에 대한 답을 다음 절에서 탐구해 보기로 하자.

### 3. 베이지 인수는 왜 그토록 효과적인가?

여러 성공 사례들에서 베이지 인수가 왜 그토록 효과적인가를 알아 보기 위해서는 무엇보다 그 가장 일반적인 특성부터 살펴볼 필요가 있다. 우리의 감각에 충격을 미치는 경험 그 자체는 하나의 비명제적인 상태(non-propositional state)일 뿐이다. 그러나 이 상태 그대로는 이 결과를 다른 명제나 지식으로 전달할 수 없다. 그러므로 그것을 일정한 명제와 연계시키는 일이 필요하다. 이제 어떤 가설  $h$ 와 관련해 그것의 증거가 될 만한 어떤 경험 자체를  $es$ 라 해 보자. 그리고 어떤 언어 체계  $L$  내에서 그에 대응할 만한 명제를 나타내는 문장이나 진술을  $e$ 라 할 때,<sup>24)</sup> 우리는 앞서 그러했듯 하나의 분할 집합  $\mathbf{E} = \{e, \sim e\}$

<sup>23)</sup> 이에 대한 일반적인 증명은 Park (2012), Appendix D에서 볼 수 있다.

<sup>24)</sup> 앞서 우리는 이와 같은 구별을 명확히 하지 않고, 단지 ‘명제’로 통칭한 바 있다. 하지만 이와 같은 구별만 유념한다면, 그러한 통칭은 그다지 해롭지

를 문제의 경험 충격을 나타낼 하나의 언어적 기반으로 고려할 수 있다.<sup>25)</sup> 물론 이러한 집합은 더 커다란 유한 집합이나 가산적 무한(countably infinite) 집합으로 확대 가능하다.

경험  $es$ 를 명제  $e$ 와 연계시킴에 있어 (BC)는 (적어도 어느 시점에서) 문제의 경험에 의해 명제  $e$ 를 참으로 받아들일 수 있는 것으로 본다. 이것이 주관적 신념도로서의 확률  $p(e)=1$ 로 표현된다. 하지만 원초적 확률주의의 입장에서 이에 반대한다면, 명제  $e$ 에 대해 1보다 작은 확률을 부여할 필요가 있다.<sup>26)</sup> 처음 제프리의 (JC)는 바로 이와 같은 입장에서 있는 셈이다. 물론 이러한 입장에서라도  $p(e)=1$ 의 경우는 좀더 일반적인 경우들 가운데 하나의 특수한 경우로 간주될 수 있다. 이제 이와 같은 구도하에서, 언어 체계  $L$  내에서 표현 가능한 가설  $h$ 에 대한 신념도는 그 증거가 될 만한 명제, 즉 증거 명제  $e$ 에 대한 신념도의 변화에 따라 변화 가능한 것으로 본다. 물론 이때 그러한 변화의 규칙은 베이즈주의에서 기본적으로 주장하듯 조건화 규칙에 해당한다. 이 경우 (BC)에서는 증거 명제  $e$ 에 대한 신념도 변화만이 그와 같은 조건화에 관여하나, (JC)의 경우에는 명제  $e$ 뿐만 아니라 그와 상대적인  $\sim e$ 에 대한 신념도의 변화 역시 관여하게 된다. 그리하여 (JC)에서는 명제  $e$ 에 대한 처음의(사전) 신념도 함수  $p$ 로부터 경험의 충격 이후 새로운(사후) 신념도 함수  $q$ 로의 변화 결과를  $q(e)$ 와  $q(\sim e)$ 에 반영해, 그 각각을  $p(h/e)$ 와  $p(h/\sim e)$ 에 대한 가중치(weight)로 사용한다. 이렇게 하여  $h$ 에 대한 사전 신념도  $p(h)$ 로부터 변화된 사후 신념도  $q(h)$ 를 얻게 되는 것이다. 이때 가중치  $q(e)$ 가 최대가 되고 가중치  $q(\sim e)$ 가 최소가 되는 특수 경우가 (BC)에 해당됨은 물론이다.

않다. 이후에도 별도의 문제가 없는 한, 이러한 통찰을 사용하기로 한다.

25) 이러한 관점에서 호손은 이를 “[ $es$ ]의 의해 직접 영향을 받는 증거 기반”(evidence basis directly affected by [ $es$ ])이라 부르고 있기도 하다 (Hawthorne 2004, p. 93).

26) 흔히 문제의 언어 체계가 지닌 표현력과 경험 그 자체 사이의 간극을 생각한다면, 이때 굳이 원초적 확률주의를 언급하지 않는다 할지라도, 명제  $e$ 에 대해 1보다 작은 확률을 부여하는 일은 우리의 일상이나 과학의 실재에도 잘 부합된다.

그러나 이때의 가중치  $q(e)$ 는 명제  $e$ 와 관련해 사전 신념도가 결정될 당시의 옛 경험과 새로 추가된 경험 모두를 반영한, 즉 지금까지의 전체 증거에 대한 확률이다. 그러므로 경험  $es$ 가 새로이 추가됨으로써 단지 그것만으로 확률이 새로이 얼마만큼 증감되었는가를 보여 주지는 못한다(이러한 점은  $q(\sim e)$ 의 경우에도 마찬가지이다). 사정이 이러하므로, 사후 신념도  $q(e)$ 에는 이미  $p(e)$ 의 확률값이 중첩되어 있는 셈이다. 곧  $q(e)$  자체는 사전 신념도  $p(e)$ 의 영향에서 자유롭지 못한 것이다. 만일 우리가 이와 같은 부분을 제거하길 원한다면, 언뜻 이를 위한 자연스러운 전략은  $q(e)-p(e)$ 나  $q(e)/p(e)$ 를 고려하는 일이다. 하지만 이러한 것들에는 공통적인 문제가 존재한다.

와그너의 지적대로,<sup>27)</sup> 만일 우리가  $q(e)-p(e)=1/4$ 나  $q(e)/p(e)=2$ 라는 결과만을 알 뿐  $p$ 와  $q$ 에 대해 아는 바가 전혀 없다고 할지라도, 우리는  $p(e)\leq 3/4$ 이나  $p(e)\leq 1/2$ 임을 쉽사리 추론할 수 있다. 만일 이렇게 된다면, 박일호의 지적대로,<sup>28)</sup> 이는 단순히 문제의  $p$ 에 대한 정보를 갖는 데 그치는 것이 아니라, 그래서  $1/4$ 나  $2$ 라는 결과가 주어졌을 때 어떤  $p$ 는 허용되고 어떤  $p$ 는 허용되지 않는지,  $p$ 에 대한 특정 한 제한이 가해지는 것이다. 예컨대 지금의 경우 우리는  $p(e)=2/4$ 나  $p(e)=1/3$ 과 같은 값을 부여하는  $p$ 를 허용할 수 없는 것이다. 만일 사정이 이러한다면, 어떤 경험에 의해 이제  $q(e)-p(e)$ 나  $q(e)/p(e)$ 의 값이 주어졌다 할지라도, 우리는 그것을 아무런 제약 없이 어떠한 신념도 합수  $p$ 에 대해서건 그 갱신에 자유롭게 활용할 수 없게 된다.

그렇다면 이 점에서 경험  $es$ 에 대해 베이지 인수는 어떠한가? 예컨대  $p\mapsto q$ 에서 분할 집합  $\mathbf{E}$ 와 관련해 베이지 인수  $\beta_p^q(e:\sim e)=4$ ,  $\beta_p^q(\sim e:\sim e)=1$  이외에는  $p$ 와  $q$ 에 대해 알려진 바가 전혀 없다고 해보자. 이 경우라면,  $0<p(e)<1$ 라는 사실 이외에는  $p(e)$ 에 대해 특정하게 추론할 만한 게 전혀 없다. 그러므로  $p(e)>0$ 이나  $p(\sim e)>0$ 인 어떠한  $p$ 에 대해서건 우리는 그러한 베이지 인수를 적용해  $q(e)$ 나

27) Wagner (2002), p. 275.

28) Park (2009), p. 39.

$q(\sim e)$ 의 값을 결정할 수 있게 된다.<sup>29)</sup>

이와 같은 베이즈 인수의 특성에 관해, 하지만 박일호는 베이즈 인수 역시 우리가  $p(e)$ 에 관해 추론하는 일을 전적으로 막을 수 있는 것은 아니라고 지적하고 있다.<sup>30)</sup> 예컨대 명제  $AB$ 와  $B$ 에 대한 베이즈 인수  $\beta(AB:B)$ 는  $q(A/B)/p(A/B)$ 가 되어,  $p(A/B) \leq 1/\beta$ 임을 알 수 있다는 것이다. 이 경우, 박일호 자신도 잘 인식하고 있듯,  $AB$ 와  $B$ 가 상호 배타적이지 않음은 물론이다. 하지만 이 면에서 보자면, 예를 들어 우리가 앞서 문제없는 것으로 사용한  $\beta(\sim e:\sim e)$ 에서도  $\sim e$ 와  $\sim e$  역시 상호 배타적이지 않은 문제가 있다고 그는 지적한다. 나아가 두 베이즈 인수  $\beta(A:\sim A)$ 와  $\beta(AB:\sim A)$ 가 동시에 사용될 경우에는,  $A$ 와  $\sim A$ , 그리고  $AB$ 가  $\sim A$ 와 상호 배타적임에도 불구하고,  $A$ 와  $AB$ 는 그러하지 않다고 지적하고 있기도 하다. 물론 이 경우에는  $A$ 와  $AB$ 를 동시에 원소로 갖는 분할 집합이 존재하지 않는다. 그렇다면 여기서 우리는 물을 수 있다. 왜 베이즈 인수는 이토록 분할 집합을 대상으로만 해야 하는 것인가? 이와 관련해, 박일호는 자신이 생각하는 바, 베이즈 인수의 원래 목적, 즉 사후 신념도에서 사전 신념도의 요인을 제거하는 일(factor out)과, 베이즈 인수가 사전 신념도에 대해 아무런 정보도 주지 않는다는 사실 사이의 관계가 좀더 분명하게 해명되지 않으면 안 될 것이라 지적하고 있다. 나는 이하의 논의가 적어도 이러한 요청에 대한 한 가지 응답이 되기를 희망하며, 지금의 논의를 이어가기로 한다.

먼저 베이즈 인수가 어떻게 사전 신념도의 요인을 제거할 수 있는지를 좀더 자세히 살펴보기로 하자. 이를 위해 우선  $p \mapsto q$ 의 과정에서 새로운 경험을  $e$ 라 하고, 이와 관련된 명제  $e$ 와  $\sim e$  각각을 분할 집합  $\mathbf{E}$

<sup>29)</sup> 이때 임의의  $e_i$ 에 대해  $q(e_i)$ 는  $\beta_i p(e_i) / \sum_i \beta_i p(e_i)$ 의 식에 의해 결정된다. 우리의 예에서라면,  $e=e_2$ ,  $\sim e=e_1$ 이다. 이에 대한 유도 과정은 예컨대 Jeffrey (2001), p. 19에서 볼 수 있다.

<sup>30)</sup> Park (2009), pp. 37-40. 해당 면에서 박일호의 수식은 다소 잘못된 것으로 보인다. 여기서는 바로잡아 우리의 방식대로 표현해 보았다. 다만 박일호 (2008), p. 105에는 이것이 올바르게 제시되어 있다.

로부터 제안된 서로 다른 두 ‘가설’이라 가정해 보자.<sup>31)</sup> 그렇다면  $q(e) = p(e/\epsilon)$ ,  $q(\sim e) = p(\sim e/\epsilon)$ 이므로, 우리는 이로써 베이즈 인수  $\beta_p^q(e : \sim e)$ 에 대해 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 (3.1) \quad \beta_p^q(e : \sim e) &= \frac{q(e)/q(\sim e)}{p(e)/p(\sim e)} \\
 &= \frac{[p(e)p(\epsilon/e)]/p(\epsilon)}{[p(\sim e)p(\epsilon/\sim e)]/p(\epsilon)} \times \frac{p(\sim e)}{p(e)} \\
 &= \frac{p(\epsilon/e)}{p(\epsilon/\sim e)}
 \end{aligned}$$

이 결과는 베이즈 인수  $\beta$ 가 경험  $\epsilon$ 가 주어지기 이전의, 명제  $e$ 에 대한 사전 신념도  $p(e)$ 와 전적으로 무관함을 잘 보여 준다. 이것이 보여 주는 바는 오로지 경험  $\epsilon$ 와 관련해 각기 명제  $e$ 와  $\sim e$ 의 일종의 우도(likelihood)의 비율 뿐이다. 즉  $e$ 와  $\sim e$  각각을 가정할 경우, 그 가정 하에서 경험  $\epsilon$ 가 얼마나 나타날 법한지(how likely)를 하나의 비로 보여 준 것이다.<sup>32)</sup> 따라서 이와 같은 비의 값은 그 자체 어떠한  $p(e)$ 와도 무관하게 결정될 수 있다.

이와는 달리, 앞서 고찰한  $q(e) \cdot p(e)$ 나  $q(e)/p(e)$ 의 경우에는, 이를 각기  $\Delta_p^q(e) = q(e) \cdot p(e)$ ,  $\pi_p^q(e) = q(e)/p(e)$ 로 둘 때, 다음과 같음을 알 수 있다. 즉  $\Delta_p^q(e) \leq 1 \cdot p(e)$ ,  $\pi_p^q(e) \leq 1/p(e)$ 이다. 그러므로 이러한 경

31) 이와 같은 아이디어는 Howthorne (2004), p. 99로부터 얻은 것이다.

32) 이에 대해 한 심사 위원은 지금의 식 내에서  $\epsilon$ 의 지위에 대해 문제삼은 바 있다. 지금의 식으로 볼 때, 이는 이미  $\epsilon$ 를 하나의 명제로 간주하거나, 아니면 적어도 그를 명제로 직접 표상할 수 있음을 보여 주고 있는 것으로 보이나, 원초적 확률주의의 입장에서 이는 애초부터 잘못된 것이라는 지적이다. 이 자체로 옳은 지적이라 생각한다. 하지만 지금의 경우, 이때의  $\epsilon$ 는 단지 베이즈 인수의 의미를 밝히기 위해 명제적으로 표현 가능한 것으로 가정한 것일 뿐이다. 이러한  $\epsilon$ 를 확률 함수의 한 항으로 사용하지 않고 위와 같은 의미를 밝힐 또 다른 방법이 있는가에 관해서는 좀더 연구가 필요할 듯하다.

우들에서는 경험  $\epsilon$ 의 충격을 나타내는 데 있어 특정한  $p(e)$ 에 제약을 받음을 분명하게 알 수 있다.

이상으로 보면, 지금까지 우리가 논한 베이지 인수  $\beta_p^q(e : \sim e)$ 야말로 앞서 제1절에서 고려했던 필드의 ‘입력 매개 변수’의 원래 의도에 매우 잘 부합되는 셈이다. 하지만 우리에게는 아직 해명해야 할 가지 문제가 더 남아 있다. 즉 이와 같은 사실이 베이지 인수가 사전 신념도에 대해 아무런 정보도 주지 않는다는 사실과 어떻게 관련되는가 하는 것이다. 그런데 이러한 의구심의 근원은 베이지 인수를 고려함에 있어 왜 분할 집합의 사용이 필연적인가에 놓여 있었다.

이에 답하기 위해, 앞서  $e$ 와  $\sim e$ 에 대한 우도의 비를 다시 한 번 생각해 보기로 하자. 이제 만일 그와 같은 우도의 비가, ‘가설’  $e$ 를 가정한 경우 그러한 가정하에 경험  $\epsilon$ 가 얼마나 나타날 법한지를 보여주는 우도  $p(\epsilon/e)$ 와, ‘가설’  $\sim e$ 를 가정한 경우 그러한 가정하에 경험  $\epsilon$ 가 얼마나 나타날 법한지를 보여주는 우도  $p(\epsilon/\sim e)$ 를 비교해 보여주는 것이라면, 이는 곧 우도를 통해 경험  $\epsilon$ 로써 두 가설  $e$ 와  $\sim e$ 를 평가하는 일에 다름 아니다. 그런데 공통의 경험으로써 우도를 통해 두 가설을 평가하는 문제와 관련해서는 호손에 의해 일반적으로 다음이 알려져 있다.<sup>33)</sup>

먼저 동일한 증거  $E^n$ (이는 증거들  $E_1, E_2, \dots, E_n$ 의 연언을 나타낸다)에 의해 임의의 가설  $H_i$ 와 그에 경쟁하는 가설  $H_j$ 에 대해 그 사후 확률들의 비를 고려한다면, 베이지 정리에 의해 다음이 성립한다.

$$(3.2) \quad \frac{p(H_j/E^n)}{p(H_i/E^n)} = \frac{p(E^n/H_j)}{p(E^n/H_i)} \times \frac{p(H_j)}{p(H_i)}$$

이는 두 가설의 사후 확률의 비가 그 가설의 우도비와 사전 확률의 비의 곱과 같음을 보여 준다. 그런데 이때 만일 그 증거들이 거듭 가설

<sup>33)</sup> Hawthorne (2005), sec. 2; Hawthorne (2012), sec. 5. 여기서는 우리의 맥락에 맞게 좀더 간단히 간추리고, 우리의 기호법에 맞추었다.



$H_j$ 와 배치된다면, 그 우도비는 0으로 다가가고, 이로써 가설  $H_j$ 의 사후 확률 역시 0으로 다가가게 된다. 반면 가설  $H_i$ 의 사후 확률은 1로 다가가게 된다. 즉 이로써 우리는 궁극적으로 가설  $H_i$ 를 선호하고 가설  $H_j$ 를 반입증하거나 반증할 수 있게 된다. 더군다나 이 경우 두 가설  $H_j$ 와  $H_i$ 가 경험적으로 뚜렷한 차이를 보일수록, 즉 어떤 동일한 경험과 관련해 두 가설의 우도가 서로 큰 차이를 보일수록 이와 같은 효과는 더욱 커지게 마련이다.

다른 한편, 이러한 효과를 완전히 얻기 위해서는 문제의 두 가설 이외에 있을 수 있는 여타의 모든 가설들을 고려할 필요가 있다. 가설  $H_j$ 을 배제하는 것만으로는 가설  $H_i$ 를 온전히 선호할 수 없기 때문이다. 이때 것처럼 여타의 모든 가설들을 포괄하는 가설을 흔히 ‘포괄 가설’(catch-all hypothesis)이라 부르며, 이를 가설  $H_K$ 로 둔다고 해 보자. 그렇다면 이와 같은 가설을 추가로 고려할 경우, 단지 가설들의 분할 집합  $\{H_i, H_j, H_K\}$ 에 한정할 때, 우리는 좀더 일반적으로 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$(3.3) \quad \frac{p(\sim H_i/E^n)}{p(H_i/E^n)} = \frac{p(E^n/H_j)}{p(E^n/H_i)} \times \frac{p(H_j)}{p(H_i)} + \frac{p(E^n/H_K)}{p(E^n/H_i)} \times \frac{p(H_K)}{p(H_i)}$$

그런데 이제 그 포괄 가설  $H_K$ 로부터 새로운 가설이 하나씩 명시적으로 제시될 때마다 예전의 포괄 가설  $H_K$ 는 다시금 그 새 가설(예컨대  $H_{m+1}$ )을 제외한 또 다른 포괄 가설  $H_{K^*}$ 로 대체되며, 이때  $H_{K^*}$ 의 사전 확률은  $p(H_{K^*})=p(H_K)-p(H_{m+1})$ 이 된다. 따라서 포괄 가설로부터 새로운 가설이 명시적으로 제시될 때마다 위의 식 (3.3)에서 포괄 가설의 항에 해당하는 두 번째 항 역시 점차 0으로 다가가음을 알게 된다.

그렇다면 이제 이러한 결과들을 앞서 우리의  $e$ 와  $\sim e$ 에 대한 우도비에 적용해 보기로 하자. 우선 동일한 경험  $e$ 와 관련해 두 ‘가설’  $e$ 와  $\sim e$  각각에 대한 우도의 비  $p(e/e)/p(e/\sim e)$ 는, 만일 경험  $e$ 가 ‘가

설'  $e$ 와 부합되고 가설  $\sim e$ 와 배치되어  $p(\epsilon/\sim e)/p(\epsilon/e)$ 가 0으로 다가가는 한, 반대로 점차 커지게 될 것이다. 더군다나 이와 같은 효과는 두 가설이 서로 경험적으로 뚜렷한 차이를 보일수록 증대되는데, 만일 경험  $\epsilon$ 가 (거의) 확실한 경우  $e$ 의 우도는 1(또는 그 이상의 어떤 값)인 반면  $\sim e$ 의 우도는 0이 되도록 두 '가설'이 설정된다면, 바로  $e$ 와  $\sim e$ 의 경우처럼 그 '가설'들이 상호 배타적일 때 그 경험적 차이를 가장 크게 보일 것이다.

다른 한편, 우리가 주목하는 '가설'이  $e$ 라고 할 때, 그에 대한 포괄 가설이야말로  $\sim e$ 가 될 것이다. 그런데 만일 그러한 포괄 가설로부터 새로운 가설  $e'$ 이 명시된다면, 우리는 다시금 새로운 포괄 가설  $\sim e \sim e'$ 를 고려하게 될 것이고, 이처럼  $\epsilon$ 와 관련해 포괄 가설까지를 포함해 가능한 모든 가설들을 고려해야만 우도비  $p(\epsilon/e)/p(\epsilon/\sim e)$ 의 효과를 극대화할 수 있을 것이다. 그런데 이처럼 어느 경험과 관련해 가능한 모든 가설들을 고려할 경우, 우리는 그 집합이 '망라적'이라 할 수 있다.

그러므로 이상의 결과를 종합하면, **경험  $\epsilon$ 와 관련해 베이즈 인수  $\beta_p^q(e:\sim e)$ 는 상호 배타적이며 망라적인 분할 집합  $E=\{e, \sim e\}$ 상에서 우도비  $p(\epsilon/e)/p(\epsilon/\sim e)$ 의 효과를 극대화하는 하나의 매개 변수**라고 그 가장 일반적인 특성을 규정할 수 있다. 물론 이는 좀더 큰 분할 집합으로도 일반적으로 확대될 수 있다. 이러한 점을 좀더 직관적으로 이해할 수 있도록 다음과 같은 비유를 생각해 보는 것이 도움이 될 것이다.

이제 아령 모양의 물체를 하나 생각해 보자. 이 물체의 무게는 거의 전적으로 양 끝에 모여 있고, 그 사이를 잇는 부분은 거의 무게를 갖지 않은 채 균일한 무게를 갖거나, 아니면 이상적으로는 전혀 무게를 갖지 않는다고 가정해 보자. 나아가 이 물체는 대부분의 액체에서 그 부력에 의해 뜰 수 있는 것으로 가정해 보자. 이 경우 만일 그 물체의 양 끝 무게가 동일하다면, 그것을 뜨게 만드는 일정한 액체 내에서 그것은 수평을 유지하며 떠 있게 될 것이다. 하지만 만일 그 양 끝 무게에 서로 차이가 있다면, 그것은 해당 액체 내에서 그 차이를 보여 주

는 일정한 각도로 기운 채 떠 있게 될 것이다. 비유적으로 말해, 앞서 그 일반적 특성을 규정한 대로의 베이지 인수  $\beta_p^q(e : \sim e)$ 는 경험  $e$ 가 각기 명제  $e$ 와  $\sim e$ 에 해당하는, 우리 물체의 양 끝에 얼마만큼의 무게 차이를 주었는가를 보여 주는 셈이다. 이 경우 그 차이가 클수록 어떤 액체 내에서 그 기울기의 정도는 커지게 될 것이다.

이와 같은 비유의 틀 내에서라면, 그러한 물체를 뜨게 하는 액체로서 서로 다른 액체의 비중(specific gravity)이야말로 경험  $e$ 의 충격이 있기 이전의 명제  $e$ 에 대한 사전 확률을 보여 준다. 만일 이러한 액체의 비중이 원래 크다면, 우리의 물체는 해당 액체 내에서 더 높이 뜨겠지만(그리하여 명제  $e$ 에 대한 사후 확률은 더 커지겠지만), 여기서 중요한 점은 어떠한 비중의 액체에서건 우리 물체의 (상대적인) 기울기의 정도는 불변이라는 점이다. 이 경우 그 물체는 어떤 비중의 액체에서건 일정한 기울기로써 평형 상태를 유지할 것인데, 이는 베이지 인수  $\beta_p^q(e : \sim e)$ 와  $\beta_p^q(\sim e : e)$ 의 곱이 1이라는 데에서도 잘 확인된다. 즉 예컨대 전자의 값이 4라면, 후자의 값은 1/4가 되고, 이의 곱은 1이다. 만일 1절에서 소개한 필드에서처럼 이 값들에  $(1/2)\log$ 를 취하면 이는 0이 될 것이다. 이 경우라면, 두 인수를 합한 값이 0이 됨을 뜻한다. 더군다나 (BC), (JC), (JCBF) 사이의 다음과 같은 관계 역시 베이지 인수의 이러한 평형성을 잘 보여 준다. 제1절에서 언급한 대로, (BC)는  $q(e)=1$ 인 경우의 (JC)의 한 특수한 경우로 간주될 수 있다. 하지만 (BC)와 (JCBF) 사이에는 이러한 관계가 성립하지 않는다. 대신 (JCBF)의 경우에는,  $q(e)$ 가 1로 무한히 다가감에 따라 베이지 인수  $\beta(e : \sim e)$ 가 양의 방향으로 무한대로 나아갈 경우, 결과적으로 (BC)가 될 따름이다.<sup>34)</sup> 즉 다음과 같다.

$$(3.4) \quad \lim_{\beta \rightarrow +\infty} q(h) = \lim_{\beta \rightarrow +\infty} [(\beta p(h|e) + p(h|\sim e)) / (\beta p(e) + p(\sim e))] \\ = p(h|e) / p(e) = p(h/e)$$

<sup>34)</sup> 이와 같은 점에 대해서는 박일호 역시 잘 지적하고 있다(Park 2014, notes 4, 7 참조).

따라서 (BC)는 단지 (JCBF)의 극한 경우일 따름이고, 이것은 (JCBF)에 사용된 베イズ 인수  $\beta$ 가 이미 고정된 한 상태를 반영하는 것이 아니라, 새로운 경험의 충격에 의해 얼마든지 변화할 수 있는 하나의 평형 상태를 반영할 뿐이라는 점을 잘 보여 주는 셈이다.

그러므로 앞서 제시한, 베イズ 인수에 대한 일반적인 특성에 대한 이와 같은 해석을 나는 ‘**증거에 대한 평형 해석**’(equilibrium interpretation of evidence)이라 부르기로 한다. 이제 이러한 해석에 따르면, 앞서 제2절에서 보인 여러 사례에서 왜 베イズ 인수가 그토록 효과적이었는가를 좀더 명확하고도 쉽사리 보일 수 있다고 믿는다.

증거에 대한 평형 해석의 관점에서 보면, 우선 베イズ 인수는 시간적으로 자유롭게 이동 가능하다. 즉 베イズ 인수에 의해 얻은 값은 (새로운 경험 그 자체에 별도의 변화가 없는 한) 시간적으로 과거이든 현재이든 미래이든 일정하게 유지되어, 그 어느 시점에서든 제약 없이 활용될 수 있다. 그 어느 시점에서든 당시 이미 주어진 사전 신념도에 아무런 제약도 받지 않기 때문이다. 위의 비유로 말하자면, 아령 모양의 물체는 비중이 다른 어느 액체에 담기든 동일한 기울기를 유지할 수 있다. 마찬가지로 베イズ 인수는 또한 공간적으로도 자유롭게 이동 가능하다. 예컨대 어느 사람 X에 의해 특정 장소에서 얻어진 베イズ 인수는 또 다른 사람 Y에 의해 또 다른 장소에서 활용 가능하다. 타인과의 협력적 신념도 갱신이 가능한 것은 바로 이 때문이다. 앞서 언급한 베イズ 인수의 가장 일반적인 특성, 즉 그 근본 특성으로부터 파생되는 이와 같은 특성을 나는 ‘**시공간상의 이동성**’(mobility in space and time)이라 부르기로 한다.

앞서 제2절에서 소개한 비교환성 문제의 해결, 오래된 증거의 문제 해결, 반영 원리의 문제 해결은 모두 베イズ 인수가 지닌 이와 같은 시공간상의 이동성에 의한 성공 사례들이라 할 수 있다. 비교적 짧은 기간 동안의 현재 시점에서 경험이 주어지는 순서가 바뀌더라도 각 경험에 대한 베イズ 인수는 동일하게 유지되어, 처음의 (JC)가 보이던 신념도 갱신의 비교환성 문제는 쉽사리 해소된다. 새로 제시된 가설이 어떤 증거를 새로이 설명할 수 있게 되었다 할지라도 그 증거 자체가

이미 확실하게 알려져 발생하는, 오래된 증거의 문제는 그 증거가 알려지기보다 더 전의 원초적인 상태(*ur*-상태)에서 주어질 수 있는 경험의 베이즈 인수를 얻고, 그 과거의 인수를 그대로 새로운 설명이 이루어지는 현재의 인수로 옮겨 사용 가능함으로써 해결된다. 앞서 제2절에서 성립했던  $\beta_P^Q(e : \sim e) = \beta_{ur}^P(e : \sim e)$ 의 등식이 이를 결정적으로 보여 주는 셈이다. 반영 원리의 문제에서는, 미래—즉 시간  $[t + b, t + a]$  동안—에 갖게 될 더 나은 경험( $\epsilon_2$ )을 그 이전의 다른 경험( $\epsilon_1$ )과 정확히 분리해 반영할 수 있는 베이즈 인수  $\beta_i$ 를 그 미래로부터 현재의 시점으로 안전하게 옮겨 올 수 있었던 데에서 해당 문제가 해결된 것으로 볼 수 있다.

증거에 대한 평형 해석의 관점에서 베이즈 인수의 근본 특성으로부터 파생되는 두 번째 특성은, 베이즈 인수는 중간적인 증거들의 변화에도 불구하고 그와 같은 증거들이 최종적으로 보여 주는 평형 상태만을 반영할 따름이라는 것이다. 이의 이해를 돕기 위해, 이제 어느 액체에 담겨 있는 예의 아령 모양의 물체를 먼저 생각해 보기로 하자. 이 물체의 양 끝에 각기 새로운 무게가 더해진다면, 당연히 그 물체의 기울기는 바뀌게 될 것이다. 하지만 이때 그 양 끝에 더해지는 무게가 아무리 여러 방식으로 바뀐다 할지라도, 그 물체의 기울기는 최종적으로 것처럼 더해진 총무게들의 상대적인 차이만을 반영할 따름이다. 그러므로 특히 만일 그 더해지는 무게들이 양 끝 각각으로 동일하다면, 결과적으로 그 중간적인 무게들의 변화에도 불구하고 최종적으로 아령 모양 물체의 기울기에는 아무런 변화도 없을 것이다. 곧 설명하게 되듯, 베이즈 인수에도 바로 이와 같은 특성이 있다. 나는 베이즈 인수의 이러한 파생적 특성을 그것의 ‘**최종적 상대성**’(final relativity)이라 부르기로 한다.

베이즈 인수의 이와 같은 최종적 상대성이 가장 잘 나타나는 경우가 바로 동시적 신념도 갱신과 부분적 신념도 갱신의 문제 해결 과정이다. **E**와 **F**와 같이 복수의 서로 다른 분할 집합과 관련해 동시에 신념도 갱신이 이루어지는 동시적 신념도 갱신의 문제에 관해 박일호는 연속적 신념도 갱신의 방식으로 그것을 해결할 것을 제안하고 있다. 하

지만 이때의 문제는, 서로 다른 분할 집합 중의 각 증거 명제  $e$ 와  $f$ 가 처음의 신념도 함수  $p$ 와 관련해 서로 확률적으로 독립적이지 않아, 그 각각이 확률적으로 서로 영향을 미칠 수 있다는 점이다. 이렇게 된다면, 단순히 연속적 신념도 갱신의 방식을 적용할 수는 없다. 그러나 이제 어느 경험에 의해 증거 명제  $e$ 와  $f$ 에 대한 우리의 신념도가 동시에 변화해, 처음  $p(e)$ 로부터  $r(e)$ 로, 그리고  $p(f)$ 로부터  $r(f)$ 로 변화한 경우, 처음  $p(e)$ 와  $p(f)$ 로부터 연속적으로 어떤 갱신의 과정을 거쳐 오든 그것은 결국 궁극적으로  $p_{EF}(e)=p_{FE}(e)=r(e)$ ,  $p_{EF}(f)=p_{FE}(f)=r(f)$ 를 만족시킨다. 그런데 이 경우 우리는  $p_{EF}(e)=p_{FE}(e)$ 와  $p_{EF}(f)=p_{FE}(f)$ 가 가능함을 이미 알고 있다. 왜냐하면 베이즈 인수를 사용할 경우, 시공간상의 이동성으로 인해 이러한 교환성이 성립함을 우리는 이미 알고 있기 때문이다. 그렇다면 이제 이와 같은 과정을 역으로 이용해, 위에 주어진 조건들을 만족시키고 있는 베이즈 인수들을 거꾸로 찾아낸다면 문제가 해결되고, 이 방법이 바로 앞서 연립 방정식을 풀이하는 방법이다.

그런데 이때 예의 그 방정식의 해가 결정 가능하다는 것은 무엇을 의미할까? 이의 이해를 돕기 위해, 먼저 우리의 아령 모양의 물체로 되돌아가 보자. 우선 어떤 경험의 충격에 의해 그 물체의 기울기가 일정하게 정해졌다고 해 보자. 그런데 이제 여기에 더해, 그 원래의 물체와 같은 모양, 크기 및 성질의 물체로서, 손잡이 가운데 부분만이 서로 교차 연결된 채 양 끝의 방향은 원래의 아령과 다른 방향을 취한 또 다른 물체가 함께 동일한 액체 속에 담기게 되었다고 해 보자. 그리고 이때 그 새로운 물체의 기울기는 앞서와 동일한 경험의 충격에 의해 기울기가 정해지는 것으로 가정하자. 이와 같은 상황에서라면, 처음의 물체는 두 번째 물체의 무게로 인해 영향을 받게 되고, 이 영향의 상호 작용 속에서 최종적으로 일정한 기울기를 보일 것이다. 그리고 이러한 과정에서 두 물체가 액체에 놓이는 순서가 바뀌더라도 마찬가지로 결과로 나아갈 것이다. 그렇다면 이때 그 연결된 두 물체가 중간에 서로 어떻게 상호 작용을 하든, 그 각각은 최종적으로는 나름의 일정한 기울기를 유지하게 마련이다. 이 경우라면, 우리가 어떤 경험의 충격으

로부터 아령 모양의 물체의 기울기를 계산해 낼 수 있듯, 역으로 그 물체 각각의 기울기로부터 그 기울기를 초래한 각 경험의 충격 정도를 구해 낼 수 있을 것이다. 만일 이러한 비유를 제2절에서의 동시적 신념도 갱신의 사례에 대응시킨다면, 이때의 각 경험의 충격 정도가 베이즈 인수  $\beta$ 와  $\gamma$ 로 제시된 셈이다. 이때 중간에 그 물체의 기울기가 어떻게 변화했는가는 중요치 않다. 오직 최종적으로 그 기울기가 어떻게 되었는가만이 문제될 따름이다. 따라서 그 최종 기울기에 의해, 그것을 초래한 것으로 여겨지는 경험의 충격 정도를 반영하는 베이즈 인수를 계산해 낼 수 있는 것이다. 이것이 바로 베이즈 인수의 또 다른 하나의 특성으로서 그 최종적 상대성이다. 동시적 신념도 갱신의 상황이 이와 같다면, 이제 베이즈 인수의 값을 결정함에 있어 근본적으로 그와 동일한 전략을 취하고 있는 부분적 신념도 갱신의 경우에도 물론 이와 유사한 해명이 가능하다. 다만 부분적 신념도 갱신의 경우에는, 어느 경험의 충격에도 불구하고 어떤 분할 집합으로는 그 영향이 직접 미치지 않을뿐더러 다른 분할 집합에 미친 영향으로 간접적으로 미치게 된 영향마저도 취소시킨다는 점이 다를 뿐이다.

베이즈 인수가 지니는 ‘최종적 상대성’이라는 특성은, 다른 한편 가버가 제시한 다음과 같은 반론에 대해서도 효과적인 역할을 하게 됨을 알게 된다. 흥미롭게도 베이즈 인수를 활용한 (JCBF)에 대해서까지 가버는 그것이 우리의 신념도 갱신을 위한 적절한 규칙이 될 수 없음을 지적한 바 있다(Garber 1980). 예컨대 파란색과 초록색 공들이 들어 있는 단지 내에서 공 하나를 임의로 꺼내 관찰하였으나, 관찰 당시의 불빛이 흐려 ‘이 공은 파란색이다’(e)라는 관찰 명제에 대한 신념도가 단지 0.3에서 0.4로 바뀌었을 뿐이라고 가정해 보자. 즉  $p(e)=0.3$ 이고,  $q(e)=0.4$ 이다. 이 경우 우리는 앞서 제1절의 식 (def  $\alpha$ )에 따라  $\alpha$ 의 값과, (JC $\alpha$ )에 의한 다음의 식에 따라  $q(e)$ 의 값을 구할 수 있을 것이다.

$$(3.5) \quad q(e) = e^{\alpha} p(e) / [e^{\alpha} p(e) + e^{-\alpha} p(\sim e)]$$

그런데 위와 같은 관찰을 동일하게 거듭하고, 이에 따라 지금과 같은 방식으로 계속  $e$ 에 대한 새로운 확률을 구해 보면, 단 몇 차례의 그와 같은 관찰만으로도 그 확률이 거의 1에 가까워짐을 쉽사리 확인할 수 있다. 이는 사실 처음 관찰 이외에는 아무런 변화도 없는 몇 번의 관찰에 의해 문제의 관찰 명제를 거의 확신하게 됨을 뜻한다.

이러한 문제는, 어쩌면 지금까지 여러 문제들의 해결에서 훌륭한 성과를 보이는 데 큰 역할을 한 베이즈 인수에 심각한 도전으로 비칠지 모른다. 하지만 이미 몇몇 사람들이 보인 대로(Wagner 2002, pp. 273-4; Hawthorne 2004, p. 110), 이는 방어할 수 없는 도전은 아니다.<sup>35)</sup> 예컨대 맨 처음의 관찰에 의한 경험을  $\epsilon$ 라 하고, 신념도 함수  $p$ 로부터  $q$ 로의 갱신 과정에서 그 베이즈 인수를 구해 보면, 앞서의 식 (3.1)에 의해  $\beta_p^q(e : \sim e) = p(\epsilon/e)/p(\epsilon/\sim e)$ 를 얻게 된다. 그런데 이제 여기서 다시 동일한 경험의 충격이 가해진다면, 신념도 함수  $q$ 로부터  $r$ 로의 갱신 과정에서 해당 베이즈 인수  $\beta_q^r(e : \sim e) = q(\epsilon/e)/q(\epsilon/\sim e) = p(\epsilon/\epsilon e)/p(\epsilon/\epsilon \sim e) = 1$ 을 얻게 된다. 이는 동일한 경험의 충격이 반복될 때에는 맨 처음의 경험의 충격 이외에는 실제로 베이즈 인수의 값을 변화시킬 만한 요인은 발생하지 않음을 뜻한다. 하지만 왜 이렇게 될 수 있는 것인가? 이에 대한 답은 베이즈 인수의 파생적 특성으로서 최종적 상대성을 상기하면 쉽사리 주어질 수 있다. 우리의 아령 모양의 물체 비유에서 직관적으로 이해할 수 있듯, 어떤 액체 속에 일정한 기울기로 떠 있는 그 물체의 양 끝에 아무리 새로운 무게를 추가할지라도 궁극적으로 그 물체의 상대적 기울기에 변화를 초래하지 않는 한, 그 최종적 무게의 상대적인 차이에는 아무런 변화도 없는 셈이다. 이것이 바로 위의 베이즈 인수의 값 1이 뜻하는 것이다. 이러한

35) 브래들리는 가버의 반론이 필드식 베이즈 인수가 우리의 경험을 반영하는 진정한 입력 매개 변수가 아니며 단지 그와 같은 경험에 대해 행위자가 보인 반응의 한 측면일 뿐임을 보여 주었다고 지적하고 있다(Bradley 2005, p. 349). 나는 이것이 추후 자세히 고찰해 볼 상당히 흥미로운 지적이라 생각하나, 여기서는 본 논문의 목적상 단지 이하와 같이 나아가는 것으로 만족하기로 한다.



인수는 제프리 조건화 과정에서 아무리 여러 번 곱해진다 할지라도 결국 아무런 변화도 초래하지 못할 것이다.

베이지 인수의 근본적인 특성으로부터 파생되는 마지막 특성은, 베이지 인수는, 새로이 추가된 경험으로서, 어떤 이유에서든 우리가 필요로 하는 경험의 충격을 온전히 나타낼 수 있고 그에 한해서만 기능한다는 점이다. 이때의 경험은 실제 주어지는 것일 수도 있고, 아니면 가정된 것일 수도 있다. 베이지 인수의 이러한 특성을 나는 ‘**필요 경험에의 충실성**’(fidelity to the required experience)이라 부르기로 한다.

이를 우선 제1절에서 제시한 (BF)에 대해 생각해 보기로 하자. 앞서 (3.1)에서 보인 대로, 베이지 인수  $\beta_p^q(e : \sim e)$ 는 이전의 경험이나 증거 명제  $e$ 에 대한 사전 신념도와 무관하게 오직 새로이 추가되는 경험  $e_s$ 의 충격만을 증거 명제  $e$ 와  $\sim e$ 의 우도비로 나타낸 것일 뿐이다. 이제 우리가 관심을 두는 경험이 바로 그  $e_s$ 라 해 보자. 그렇다면 이때 베이지 인수  $\beta_p^q(e : \sim e)$ 는 그 경험의 충격만을 직접적으로 반영할 뿐, 여타 그와 무관한 어떤 다른 경험의 충격이나, 그 자체 그와 같은 충격의 형태로 주어지지 않는 어떠한 것도 별도로 반영하지 않는다. 앞서 아령 모양의 물체 비유로 말하자면, 우리가 어느 한 아령 모양 물체의 기울기에 관심을 두는 경우, 액체 속에서 바로 그 물체의 기울기는 (오로지 경험의 충격이 가해져 나타나는 것으로 여겨지는) 그 물체 양 끝에서의 무게 변화에 의해서만 결정될 뿐, 여타 요인에 의해서는 영향을 받지 않는다. 예컨대 그 물체에 전혀 접촉함이 없이 또 다른 어떤 물체를 같은 액체에 담근 일, 또는 그 물체를 담근 사람이 어떤 이유를 갖고 그 물체를 담갔을지라도 그 이유 자체에는 전혀 영향을 받지 않는다. 사실 (BF)의 이러한 점은 그에 관한 정의 중에 제시된  $q(e)$ 가 아무런 별도의 추론 없이 경험의 충격에 의해 직접적으로 변화되는 유일한 것이라는 가정에 이미 예고되어 있는 셈이다. 더욱 흥미로운 점은, 이와 같은 충실성이 실제 주어진 경험의 충격과 관련해서만 유지되는 것이 아니라, 때에 따라서는 문제 해결을 위해 필요한 것으로 요구되는 경험의 충격과 관련해서도 유지된다는 점이다. 즉 실제 경험의 충격이 주어지지 않았다고 할지라도, 만일 그러한 충격을 가정한

다면 어떤 문제의 해결에 도움이 될 경우, 것처럼 가정된 경험의 충격을 충실하게 반영하는 베이지 인수를 얻어 낼 수 있다는 것이다.

베이지 인수의 이와 같은 특성을 잘 반영한 사례 중 하나는 반영 원리의 문제 해결의 사례이다. 그 문제의 해결에서 첫 번째 핵심은, 어느 시점  $t$ 에서  $R_{t+a}$ 라는 명제를 이용해 그 원리를 적용했을 때의 결과와, 그 시점에서 먼저 (JC)를 적용하고 난 후 반영 원리를 적용했을 때의 결과에서 나타나는 차이의 원인을 밝히는 일이었다. 이때 그 원인은, (JC)를 적용한 후 다시 반영 원리를 적용할 때의 미래 경험  $\epsilon_2$  이외에 (JC)를 적용할 때의 경험  $\epsilon_1$ 이 위의 두 경우에 중복 산입되었기 때문인 것으로 밝혀졌다. 따라서 이 경우 우리가 관심을 갖는 경험은  $\epsilon_1$ 을 제외한  $\epsilon_2$ 뿐이다. 하지만 명제  $R_{t+a}$ (또는  $C_t^{t+a}$ )는 그와 같은 구별에 전혀 도움이 되지 않는다. 그렇다면 그러한 두 경험을 정확히 구별해 반영 원리를 적용하는 일이 필요한데, 이를 위해 관건이 되는 명제가 바로  $C_{t+b}^{t+a}$ 이다. 이것이야말로 곧 경험  $\epsilon_1$ 과는 무관하게 오로지 경험  $\epsilon_2$ 만에 의해 신념도의 변화가 이루어짐을 보여 주는 명제이기 때문이다. 그렇다면 바로 이와 같은 과정을 보여 줄 수 있는 매개 변수가 필요한데, 이것이 곧  $[t+b, t+a]$  동안에 갖게 되는 경험  $\epsilon_2$ 에 대한 베이지 인수  $\beta_i$ 이다.

하지만 이제 ‘필요 경험에의 충실성’이라는 특성과 관련해, 이보다 한층 더 극적인 사례는 부분적 신념도 갱신의 경우이다. 부분적 신념도 갱신의 문제를 해결하기 위해, 박일호는  $p \mapsto r$ 의 신념도 갱신의 과정에 중간적인 임의의 신념도 함수  $c$ 를 새로이 설정하고,  $p \mapsto c$ 일 때와  $c \mapsto r$ 일 때 각각의 베이지 인수  $\beta$ 와  $\gamma$ 를 구하려 하였다. 하지만 이 경우  $p \mapsto c$ 는 분명히 어떤 경험의 충격에 의한 과정이긴 하나,  $c \mapsto r$ 일 때는 어떤 이유에서건 일종의 고집(adherence)에 의해 그 갱신이 이루어지고 있다. 그러므로 사실상 후자의 경우에는 실제로 아무런 경험의 충격도 별도로 제시된 바 없다. 따라서 박일호는 이를 각기 “증거적”(evidential), “교정적”(corrective)이라 불러 서로 구별한 바 있다.<sup>36)</sup> 이는 전자에는 증거가 될 만한 경험의 충격이 존재하나, 후자에

는 사실상 그러한 것이 존재하지 않음을 뜻한다.<sup>37)</sup> 그럼에도 불구하고  $\beta$ 뿐 아니라  $\gamma$ 까지를 이용해 문제의 해결을 시도하려 한 까닭에 사실은 별도로 주어지지 않은 가상의(즉 처음의 실제 경험의 충격으로부터 파생된 효과를 처음으로 되돌리는 것으로 가정된) 경험의 충격을 가정해 그로부터 결과되는 신념도를 구한 것이다. 이는 물론 어떤 신념도에서 고집의 **결과**를 해결할 수 있는 좋은 방안일 수 있긴 하나, 그것이 곧 그 고집의 어떤 **이유**—그러한 이유가 정당하진 그렇지 않진 지금의 경우에는 관계없이—를 반영하고 있는 것은 아니다.<sup>38)</sup> 나는 이것이 전적으로 베이즈 인수  $\beta_p^q(e : \sim e)$ 가 어디까지나 (우리가 관심을 두고 있는) 경험에 의해서만 주어질 따름이라는 필요 경험에의 충실성에 기인한다고 생각한다.

베이즈 인수  $\beta_p^q(e : \sim e)$ 가 지닌 이와 같은 필요 경험에의 충실성이, 물론 앞서 제2절의 오래된 증거 문제 해결과 관련해 제시되었던, 가설  $h$ 와  $\sim h$ 에 대한 오즈의 비에 해당하는 베이즈 인수  $\beta_p^q(h : \sim h)$ 에도 그대로 성립되는 것은 아니다. 왜냐하면 베이즈 인수  $\beta_p^q(h : \sim h)$ 는 베이즈 인수  $\beta_p^q(e : \sim e)$ 가 지닌 필요 경험에의 충실성 이외에도 또 다른 특성을 지닌 요소를 포함하고 있기 때문이다. 이는 두 베이즈 인수 사이의 관계를 보여 주는 다음과 같은 식으로 분명하게 보여 줄 수 있다.

36) 박일호 (2013), p. 46.

37) 그러므로 박일호는 이러한 후자의 과정을 “허위의”(spurious) 갱신 과정이라 부르고 있기도 하다(Park 2009, p. 126).

38) 이와 관련해, 박일호는 자신의 해법이 오래된 증거의 문제 해결에서 가상의 상황인  $ur$ 의 상황을 설정한 것과 크게 다르지 않다고 말하고 있다(박일호 2013, p. 54). 하지만 그때의 상황에서는 (일단 해당 설명 가설을 상정한 상태에서) **어쨌든 과거에 주어질 수 있었을 법한** 경험의 충격을 반영하는 베이즈 인수를, 앞서 우리가 지적한 ‘시공간상의 이동성’에 의해, 현재의 시점으로 옮겨 올 수 있었다. 하지만 지금의 경우에는 그러럼 ‘있었을 법한’ 상태의 경험의 충격조차 별도로 상정할 특별한 원천이 분명치 않다.

$$(3.6) \quad \beta_p^q(h : \sim h) = q(h)/q(\sim h) / [p(h)/p(\sim h)]$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{\beta_p^q(e : \sim e)p(he) + p(h \sim e)}{\beta_p^q(e : \sim e)p(e) + p(\sim e)} / [1 - \frac{\beta_p^q(e : \sim e)p(he) + p(h \sim e)}{\beta_p^q(e : \sim e)p(e) + p(\sim e)}]}{p(h)/p(\sim h)} \\ &= \frac{\beta_p^q(e : \sim e)p(e/h) + p(\sim e/h)}{\beta_p^q(e : \sim e)p(e/\sim h) + p(\sim e/\sim h)} \end{aligned}$$

여기서 보면, 베이즈 인수  $\beta_p^q(h : \sim h)$ 에는 앞서 언급한 대로 필요 경험에의 충실성을 지닌 베이즈 인수  $\beta_p^q(e : \sim e)$  이외에도 증거  $e$ 나  $\sim e$ 와 관련해 가설  $h$ 와  $\sim h$ 의 우도가 개입되어 있음을 알 수 있다. 사실상 베이즈 인수  $\beta_p^q(h : \sim h)$ 에 있어  $\beta_p^q(e : \sim e) \rightarrow +\infty$  경우,  $\beta_p^q(h : \sim h) = p(e/h)/p(e/\sim h)$ 가 되어, 이는 해당 경험의 충격에 의해 가설  $h$ 에 대한 입증의 정도가 얼마나 증가했는가를 보여 주는, 이른바 ‘증가적 입증도’(incremental degree of confirmation)의 한 측도가 됨을 알 수 있다. 그러므로 베이즈 인수  $\beta_p^q(h : \sim h)$ 에는 필요 경험에의 충실성을 지닌 베이즈 인수  $\beta_p^q(e : \sim e)$ 와 증가적 입증의 정도가 함께 반영되어 있는 셈이다.<sup>39)</sup> 따라서 베이즈 인수  $\beta_p^q(h : \sim h)$ 에 관해서는 단순히 필요 경험에의 충실성만을 주장할 수는 없다. 이 경우라면, 그와 같은 특성 이외에 증가적 입증의 어떤 특성도 역시 함께 고려해야만 할 것이다. 이러한 관점에서 보자면, 오래된 증거의 문제에 관해 제프리가  $q(h) > p(h)$ 의 문제를 1보다 큰 베이즈 인수  $\beta(h : \sim h)$ 를 제시해 해결하고자 했을 경우, 와그너는 바로 그를 필요 경험에의 충실성을 지닌 베이즈 인수들 사이의  $\beta_p^Q(e : \sim e) = \beta_{ur}^p(e : \sim e)$ 와 같은 등식 관계를 기반으로 가설  $h$ 의 입증도 증가로써 해명하려 한 것으로 볼 수도 있다.

<sup>39)</sup> 이러한 점은 Park (2014)에서도 잘 논의되고 있다(특히 그 각주 7 참조).  
입증의 정도와 관련해, 증가적 입증도와 총체적 입증도(total degree of confirmation) 사이의 구별과 관계에 관해서는 전영삼 (2012) 참조.

## 결 어

이상의 논의를 통해 우리가 얻게 되는 모럴은 다음과 같다. 지금까지 여러 성공 사례들을 통해 효과적이었던 베이지 인수가 적어도 문제의 세 가지 파생 특성들을 지님을 알게 되었으므로, 앞으로 새로이 부딪힐 주관적 신념도 갱신의 문제들에서도 그 해결을 위해 일단은 베이지 인수의 그와 같은 특성들을 상기해 보라는 것이다.

그렇다고 해서 물론 이로써 곧 해당 베이지 인수들이 그 자체로 정당화되었음을 의미하는 것은 아니다. 예컨대 부분적 신념도 갱신의 문제 해결 과정에서 사용된 베이지 인수는 그 가상성으로 인해 별도의 문제를 지닐 수 있다. 그러므로 그 정당성에 관해서는 별도의 또 다른 논의가 필요하다. 지금까지 우리가 밝힌, 베이지 인수의 특성들이 이와 같은 논의에서 또한 주요한 점검점들이 되리라 기대한다.

다른 한편, 제2절에서 예시한 베이지 인수의 성공 사례들이 그러한 사례들의 전부를 망라한 것도 아니다. 예컨대 박일호는 협력적인 신념도 갱신의 가능성이라는 측면에서 그를 적절히 구현할 수 있는 입증의 측도가 과연 무엇인가를 논한 바 있는데(Park 2014), 이 역시 우리가 제시한 베이지 인수의 특성들로써 해명이 가능할 듯하다. 다만 이 경우에는 ‘입증의 측도’라는 또 하나의 중요한 과학 철학적 측도와 관련해, 오히려 그 반대의 방향, 즉 적절한 입증의 측도라는 측면에서 그에 적합한 신념도 갱신의 방식을 논하는 일도 함께 고려되어야만 할 것이다. 이에 관해서는 후일을 기약할 수밖에 없다.

이상에도 불구하고 물론 지금까지 베이지 인수들을 이용해 성공적으로 관련 문제들을 해결한 이들의 노고와 업적이 조금도 훼손되는 것은 아니다. 오히려 그러한 전제하에, 제3절에서의 우리의 논의가 의미 있을 것이다.

## 참고문헌

- 박일호 (2008), 「원초적 확률주의와 베이즈 인수」, 『논리연구』 11권 2호, pp. 95-127.
- \_\_\_\_\_ (2013), 「부분적 믿음 갱신과 조건화」, 『과학철학』 16권 1호, pp. 29-56.
- 전영삼 (2012), 「총체적 입증도, 입증도의 증가, 그리고 귀납의 방법론」, 『과학철학』 15권 2호, pp. 101-37.
- Bradley, R. (2005), “Radical Probabilism and Bayesian Conditioning”, *Philosophy of Science* 72: pp. 342-64.
- Diaconis, P. & Zabell, S. (1982), “Updating Subjective Probability”, *Journal of the American Statistical Association* 77: pp. 822-30.
- Domotor, Z. (1980), “Probability Kinematics and Representation of Belief Change”, *Philosophy of Science* 47: pp. 384-403.
- Döring, F. (1999), “Why Bayesian Psychology is Incomplete?”, *Philosophy of Science* 66: pp. S379-89.
- Earman, J. (1992), *Bayes or Bust?: A Critical Examination of Bayesian Confirmation Theory*, Cambridge: The MIT Press.
- Field, H. (1978), “A Note on Jeffrey Conditionalization”, *Philosophy of Science* 45: pp. 361-67.
- Franklin, A. (1999), *Can That be Right?: Essays on Experiment, Evidence, and Science*, Dordrecht: Kluwer.
- Garber, D. (1980), “Field and Jeffrey Conditionalization”, *Philosophy of Science* 47: pp. 142-45.
- \_\_\_\_\_ (1983), “Old Evidence and Logical Omniscience in Bayesian Confirmation Theory”, in Earman, J. (ed.), *Testing Scientific Theories*, Minneapolis: Univ. of Minnesota Press, pp. 99-131.
- Glymour, C. (1980), *Theory and Evidence*, Princeton: Princeton

- Univ. Press.
- Halpern, Y. H. (2003), *Reasoning about Uncertainty*, Cambridge: The MIT Press.
- Hawthorne, J. (2004), “Three Models of Sequential Belief Updating on Uncertain Evidence”, *Journal of Philosophical Logic* 33: pp. 89-123.
- \_\_\_\_\_ (2005), “Degree-of-Belief and Degree-of-Support: Why Bayesians Need Both Notions”, *Mind* 114: pp. 277-320.
- \_\_\_\_\_ (2012), “Inductive Logic”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, <http://plato.stanford.edu/entries/logic-inductive/>.
- Howson, C. & Urbach, P. (1993), *Scientific Reasoning: The Bayesian Approach*, 2nd ed., Chicago: Open Court.
- Jeffrey, R. (1968), “Probable Knowledge”, in Lakatos, I. (ed.), *The Problem of Inductive Logic*, Amsterdam: North-Holland, pp. 166-80, 189-90.
- \_\_\_\_\_ (1983), *The Logic of Decision*, 2nd ed., Chicago: Univ. of Chicago Press.
- \_\_\_\_\_ (1991), “Postscript (1991): New Explanation Revisited”, in Jeffrey, R. (1992), *Probability and the Art of Judgement*, Cambridge: Cambridge Univ. Press, pp. 103-07.
- \_\_\_\_\_ (2001), Petrus Hispanus Lectures: I. “After Logical Empiricism”, II. “Radical Probabilism,” *Actas da Sociedade Portuguesa da Filosofia*, <http://www.princeton.edu/~bayesway/pu/Lisbon.pdf>.
- \_\_\_\_\_ (2004), *Subjective Probability: The Real Thing*, Cambridge: Cambridge Univ. Press.
- Lange, M. (2000), “Is Jeffrey Conditionalization Defective by Virtue of Being Non-commutative?: Remarks on the Sameness of Sensory Experiences”, *Synthese* 123: pp. 393-403.
- Levi, I. (1967), “Probability Kinematics”, *British Journal for the Philosophy of Science* 18: pp. 197-209.

- Park, Ilho (2009), “Probability all the way down the roots: Studies on Probability Kinematics”, Thesis for the Degree of Doctor, Department of Philosophy, Korea University.
- \_\_\_\_\_ (2012), “Rescuing Reflection”, *Philosophy of Science* 79: pp. 473-89.
- \_\_\_\_\_ (2013), “Simultaneous Belief Updates via Successive Jeffrey Conditionalization”, *Synthese* 190: pp. 3511-33.
- \_\_\_\_\_ (2014), “Confirmation Measures and Collaborative Belief Updating”, *Synthese* 191: pp. 3955-75.
- Skyrms, B. (1986), *Choice and Chance: An Introduction to Inductive Logic*, 3rd ed. Belmont: Wadsworth, 김선호 옮김
- (1990), 『귀납논리학: 선택과 승률』, 서울: 서광사.
- van Fraassen, B. (1984), “Belief and the Will”, *Journal of Philosophy* 81: pp. 235-56.
- \_\_\_\_\_ (1989), *Laws and Symmetry*, Oxford: Clarendon Press.
- Wagner, C. (1997), “Old Evidence and New Explanation”, *Philosophy of Science* 64: pp. 677-91.
- \_\_\_\_\_ (1999), “Old Evidence and New Explanation II”, *Philosophy of Science* 66: pp. 283-88.
- \_\_\_\_\_ (2001), “Old Evidence and New Explanation III”, *Philosophy of Science* 68: pp. S165-75.
- \_\_\_\_\_ (2002), “Probability Kinematics and Commutativity”, *Philosophy of Science* 69: pp. 266-78.
- \_\_\_\_\_ (2003), “Commuting Probability Revisions: The Uniformity Rule”, *Erkenntnis* 59: pp. 349-64.
- Weisberg, J. (2007), “Conditionalization, Reflection, and Self-Knowledge”, *Philosophical Studies* 135: pp. 179-97.

논문 투고일	2016. 06. 10.
심사 완료일	2016. 07. 09.
게재 확정일	2016. 07. 12.



---

## Why Are Bayes Factors So Effective?

Young-Sam Chun

---

Many of the difficulties which the earlier way of Jeffrey conditioning faced have been resolved since Field proposed a new way to represent uncertain experiences. The point of his proposal is reduced to what we call “Bayes factors”. The question was then, how effective the Bayes factors actually are, for the problems of conditioning in Bayesianism. Though it is recognized that Bayes factors do not solve all the problems of Jeffrey conditioning, recent researches suggest that the remaining problems can be effectively treated by reformulating those factors in some new ways. The aim of this paper is to seek the reasons why Bayes factors are so effective and successful in their roles. In other words, it tries to explicate the epistemological significance of Bayes factors, looking beyond the formal numerical relations, what they are revealing about the process of problem solving. We will grasp some epistemic properties which make Bayes factors so effective in successful cases. This paper will not just summarize the success of the factors until today, but extract some morals for further researches which will be done with Bayes factors.

**Keywords:** Jeffrey conditioning, Bayes factors, probability kinematics, the equilibrium interpretation of evidence