

괴델과 카르납: 수학은 언어의 구문론인가? * †

박 일 호 ‡

괴델은 「수학은 언어의 구문론인가?」라는 논문에서 카르납의 구문론적 입장이 자가당착적이라고 비판했다. 이런 비판에 대해서 어워드와 캐러스, 그리고 리켓츠는 괴델의 논변의 잘못을 지적하며, 카르납은 그런 비판을 받지 않을 것이라고 주장했다. 나는 이 논문에서 괴델의 논변에 대해서 제시된 이 두 가지 비판을 검토한다. 우선 어워드와 캐러스의 비판에 대해서 괴델의 논변은 그들의 비판과 다른 방식으로 구성될 수 있으며, 따라서 그들의 괴델의 논변에 대한 평가는 적절하지 않다는 것을 보인다. 한편 리켓츠의 비판에 대해서는 그것이 가진 잘못을 지적함과 동시에 그의 비판을 부분적으로 수용하여 괴델의 논변을 재구성한다. 그 후 재구성된 괴델의 논변이 카르납의 비판으로 여전히 유효한지 검토한다.

【주요어】 카르납, 괴델, 구문론적 관점, 일관성, 경험적 문장.

1. 서론

처음 『루돌프 카르납의 철학(The Philosophy of Rudolf Carnap)』이 기획되었을 때 편집자인 쉘립(Schilpp)은 괴델에게 논문 하나를 기고

* 접수 완료 : 2007. 05. 1 / 심사 및 수정 완료 : 2007. 6. 17.

† 본 논문의 초고는 한국과학철학회 2006년 연례학술대회 <21세기 과학철학의 과제와 전망>에서 발표되었다. 당시 논평을 해 주신 전영삼 선생님께 감사의 말씀을 드린다. 아울러 심사를 맡아 주신 두 분의 심사위원님들과 줄고를 함께 읽고 많은 충고와 격려를 해주신 정인교 선생님과 이영의 선생님께도 깊이 감사드린다.

‡ 고려대학교 철학과

해 줄 것을 제안했으며, 괴델도 이를 받아들였다. 하지만 나중에 괴델은 자신의 논문을 발표하지 않기로 결정했으며, 결국 그의 글 없이 책은 출판되었다. 그는 자신이 제시한 논변의 중요성을 인식하기는 했지만, 당시 널리 받아들여졌던 논리 실증주의에 대한 자신의 비판이 얼마나 유효한지에 대해선 회의적이었던 것 같다. 괴델이 썼던 글은 「수학은 언어의 구문론인가?」(*Is Mathematics Syntax of Language?*)라는 제목의 6개의 수정본들로 전해지고 있으며, 그 중에서 세 번째 수정본과 다섯 번째 수정본은 1995년 페퍼만(Feferman) 등이 편집한 『괴델 저작집 3권(*Collected Work, Volume 3*)』에, 그리고 두 번째 수정본과 네 번째 수정본은 1995년 콘수에그라(Consuegra)가 편집한 『쿠르트 괴델, 미출판 철학 논문(*Kurt Gödel, Unpublished Philosophical Essays*)』에 출판되었다. 「수학은 언어의 구문론인가?」의 목표는 논리 실증주의자들의 구문론과 수학 사이의 관계를 비판적으로 검토하는 것이었으며, 이런 비판적 검토의 주된 대상은 그가 “수학에 대한 구문론적 해석(*syntactic interpretation of mathematics*)”이라고 불렀던 카르납의 입장이었다.

1995년 괴델의 논문이 출판된 뒤 이 논문에 대한 많은 글들이 발표되었다. 몇몇 사람들은 괴델을 옹호하여 그는 괜한 걱정을 하고 있었던 것이며, 따라서 카르납의 입장은 괴델이 주장한대로 자가당착적이거나 혹은 아주 약화된 의미에서만 유지될 수 있다고 주장했다. 다른 한편의 사람들은 괴델은 카르납을 잘못 파악하고 있으며, 카르납은 다양하게 변화했던 자신의 철학 속에서 몇몇 주석가들이 언급한 방식과는 다른 방식으로 괴델의 비판에 응했을 것이라고 주장했다.²⁾

1) Goldfarb(1995) p. 324.

2) 대표적인 논문으로 다음의 것들이 있다:

Awodey and Carus(2003a, 2003b), Crocco(2003), Goldfarb(1995), Goldfarb and Ricketts(1992), Richardson(1994), Ricketts(1994, 1996), Parsons(1995a, 1995b), Friedman(1996), Potter(2000), Tait(2001). 이 중에서 괴델의 비판에 호의적인 논문은 Crocco(2003), Richardson(1994), Friedman(1996), Potter(2000) 등이며, 괴델의 비판의 문제점을 제기하는 것은 Awodey and Carus(2003a, 2003b), Goldfarb(1995), Ricketts(1994)

나는 아래에서 괴델의 논변에 대한 비판 중에서 어워드(Awodey)와 캐러스(Carus)의 비판과 리켓츠(Ricketts)의 비판을 중점적으로 다룰 것이다. 이를 위해 먼저 괴델의 논변을 보다 자세히 검토할 것이며(2절), 그 후 어워드와 캐러스의 논변을 비판적으로 살펴볼 것이다.(3절) 그리고 4절에서는 리켓츠의 비판을 다루며, 그 비판이 가지는 문제점과 그 비판을 수용한 괴델의 새로운 질문에 카르납은 어떻게 답할 수 있는지 제시할 것이다. 카르납의 가능한 답변을 제시하기 위해 4.2절은 카르납의 『언어의 논리적 구문론(*The Logical Syntax of Language*, 이하 *LSL*)』에서 제시된 카르납의 관점에 대한 간략한 설명을 포함할 것이다.

내가 여기에서 다루고 있는 카르납의 입장은 *LSL*을 집필할 당시의 것에만 국한된다. 카르납은 *LSL*을 집필한 뒤, 타르스키의 영향 아래서 언어에 한 가지 측면을 추가했다. 그 전에 카르납은 언어에는 구문론적 측면과 프래그마틱한 측면만 있다고 생각했으나, 타르스키의 영향 아래에서 의미론적 측면을 인정하게 된다. 하지만 아래에서 다루게 될 내용에서 이런 전환은 중요한 역할을 하지 않을 것이다. 왜냐하면 카르납이 의미론적 측면을 중요하게 생각하게 된 이유와 독립적으로 괴델은 카르납의 관점에 비판을 가하기 때문이다.

2. 괴델의 「수학은 언어의 구문론인가?」

당시 괴델의 목표는 소위 “구문론적 관점(syntactical view)”라고 불리는 것을 비판하는 것이었다. 여기서 구문론적 관점이란 엄격한 경험주의(strict empiricism)³⁾와 수학의 선험적 확실성(a priori

정도이다.

- 3) 괴델은 엄격한 경험주의를 다음 세 가지로 설명한다. (i) 모든 지식의 최종적인 토대는 감각 지각이다. (ii) 우리는 추상적인 대상들(예를 들어 수학적 존재자)에 대한 어떤 직관도 가지지 않는다. (iii) 수학은 선험적이고, 따라서 경험적으로 알려질 수 없다.

certainty of mathematics)을 조화시키기 위해서, 수학을 어떤 (수학적) 직관이나 대상 혹은 사실을 언급하지 않고 경험에 독립적으로 타당한 문장들의 체계로 세우려고 하는 입장이다.⁴⁾

구문론적 관점에 대한 비판하기 위해서 괴델은 “수학에서 주장된 것은 무엇인가? 그리고 우리 수학적 주장을 어떻게 알 수 있는가?”라는 전통적인 수리철학적인 질문을 던지고, 구문론적 관점은 이 질문에 어떻게 답변할 수 있는지 검토한다. 그는 “흔히 수학은 어떤 대상들에 대한 과학으로 제시되며, 그 대상들에 관한 명제들은 증명이 가능하게 참이라고 주장된다”고 말한다.⁵⁾ 만약 우리가 괴델과 같은 입장을 취한다면, 위 질문에 대한 답은 간단하다. 즉 수학은 수학적 대상에 대한 주장이며, 그 주장은 수학적 직관을 통해 알 수 있다고 말하는 것으로 충분하다.

하지만 수학적 대상이나 수학적 직관을 인정하지 않는 구문론자들은 이런 식으로 답할 수 없을 것이다. 그럼 그들은 위 질문에 어떻게 답할 수 있을 것인가? 괴델이 생각한 구문론자들의 답변은 수학에서 주장된 것은 구문론적 규약(convention)이나 그것의 귀결로 해석되어야 한다는 것이었다. 즉 구문론자들은 “수학적 정리의 참을 주장하는 것은 실제로는 기호 사용에 관한 규약들의 일부를 반복하는 것 이외의 것이 아니다”⁶⁾라고 답할 것이라고 괴델은 생각했다. 그러나 이런 답변은 확정적이지 않다. 수학적 주장을 구문론적 규약이나 그것의 귀결로 해석한다고 하더라도, 혹은 다른 말로 수학적 주장을 구문론적 규칙이나 그것의 귀결로 환원 또는 대치한다고 하더라도, 우리는 여전히 그 구문론적 규칙 자체와 관련되어 어떤 수학적 직관이나 대상이 필요하지 않은지 물을 수 있다. 이 질문이 바로 괴델이 「수학은 언어의 구문론인가?」라는 논문에서 제기하고 있는 물음 중에 하나이다.

그러나 구문론적 규칙 자체는 단지 기호 사용에 관한 규약일 뿐이

4) Gödel(1953/9), p. 335, note 5.

5) Gödel(1953/9), p. 335, note 6.

6) Gödel(1953/9), p. 335, note 7.

기 때문에 우리는 구문론적 규칙에 수학적 직관이나 대상이 포함되어 있는지 묻는 것은 불필요한 일일 것이다. 따라서 구문론적 규칙 자체가 수학적 직관 혹은 대상을 포함하고 있는지 묻기 보다는 그것의 특별한 사용에 있어 수학적 직관이나 대상이 요구되지 않는지 물어야 할 것이다. 여기서 괴델이 염두에 둔 것은 구문론적 규칙, 혹은 규약이 경험과학에 적용되는 상황이다. 즉 그가 묻고 있는 것은 “구문론적 규칙을 경험과학에 적용했을 때 수학적 직관 혹은 대상이 필요한가, 아니면 필요하지 않은가?”라고 할 수 있다.

구문론자들이 이 질문에 어떻게 답할 수 있는지 검토하기 위해서 괴델은 먼저 구문론적 규칙들을 경험에 적용하려고 할 때, 그 규칙들이 만족해야할 조건들을 나열한다. 그리고 나서 그 조건을 구문론적 규칙들이 만족하기 위해서는 그들이 배제하려고 했던 수학적 직관이 필요하다는 것을 논증한다. 만약 그의 논증이 건전하다면 구문론자들은 자가당착에 빠지게 된다. 왜냐하면 수학적 직관과 대상을 제거하기 위해서 구문론적 규칙들로 환원된 수학을 경험에 적용하려 할 때, 구문론자들이 배제했던 수학적 직관이 다시 필요하기 때문이다.

그럼 괴델이 제시하는 구문론적 관점이 만족해야할 조건들은 무엇인가? 괴델은 수정본 III에서 여섯 가지의 조건들을 제시한다. 그들을 정리해서 나열해 보면 다음과 같다.

- S1. 구문론적 관점은 수학이 사용되는 경험과학의 전 범위를 포괄해야 한다.
- S2. 언어는 경험 세계에서 나타나고 사용될 수 있는 기호 체계이어야 하며, 문장은 기호들의 유한한 나열이어야 한다.
- S3. 구문론적 규칙은 유한해야 한다.
- S4. 문장들의 진리에 대한 규칙이 구문론적이라면, 그 규칙이 어떤 ‘사실적’ 문장의 참 혹은 거짓을 함축하지 않는다는 것을 그것의 형식에 의해서든, 어떻게 해서든 미리 알 수 있어야 한다.
- S5. “수학은 언어의 구문론으로 해석될 수 있다”는 다음을 의미하는 것이어야 한다.

- S5.1. 수학의 형식적인 공리와 증명의 절차는 적절하게 선택된
구문론적 규칙으로부터 연역될 수 있다.
- S5.1. 수학의 정리들을 적용해서 얻을 수 있는, 그리고 이전엔
수학적 공리들의 직관적 진리에 근거했던 ‘확인할 수 있
는 사실(ascertainable facts)’에 관한 결론은 구문론적 고
려에 의해서 정당화될 수 있어야 한다.
- S6. 수학적 직관을 배제한 채 수학을 구문론으로 대치하는 경
우, 구문론적 규칙의 일관성을 증명하기 위해서는 유한한
구문론적 개념만을 사용해야 한다.

우선 구문론자들이 수학적 직관을 제거할 때, 경험과학 속 수학의
유용성을 훼손하지 말아야 한다는 점을 염두에 둔다면 (S1)은 쉽게
납득된다. 왜냐하면 만약 수학을 경험과학에 적용할 때 수학적 직관
을 사용하여 포괄할 수 있었던 부분 중 일부를 구문론적 관점이 포
괄할 수 없게 된다면, 그 관점이 수학적 직관을 만족스럽게 제거했다
고 말할 수는 없을 것이기 때문이다. 마찬가지로 수학을 경험 세계에
적용하려고 한다는 점을 생각하면 (S2) 역시 쉽게 이해할 수 있을
것이다. 만약 구문론적 관점이 다루는 언어가 경험 세계에 나타나거
나 사용될 수 없는 것이라면, 그것은 경험 세계에 대해서 어떤 것도
말할 수 없을 것이다. 특히 문장이 무한하다면 그것은 경험 세계에
있는 것이 아니라 순수 수학적 대상이기 때문에 구문론자들은 받아
들일 수 없는 것이 된다. 그럼 (S3)은 어떠한가? 여기서 구문론적 규
칙이 유한해야 한다는 것은 그 규칙에 ‘어떤 무한 집합 속 모든 표
현들’과 같은 구절이 삽입되어 있으면 안 된다는 것이다. 일견 이 역
시 구문론자들이 쉽게 인정할 수 있는 것으로 보인다. 하지만 카르납
같은 경우 이를 수용하지 않을 것이다. 왜냐하면 카르납은 관용의 원
리의 도움으로 무한한 구문론적 규칙들의 사용도 배제하지 않기 때
문이다. *LSL*에서 그는 언어 I과 언어 II를 언어의 사례들로 제시했다.
이 언어 I과 언어 II는 그 속에 포함된 규칙들이 유한한지, 무한한지
에 따라 구분된다. 언어 I에서 사용된 규칙들은 모두 유한한 것들이
며, 언어 II에 사용된 규칙들 중에는 무한한 것들도 포함되어 있다.

그리고 무한한 규칙⁷⁾을 사용하는 것을 반대할 만한 어떤 실질적인 이유도 우리는 가지고 있지 않다고 카르납은 말한다.⁸⁾

그럼 (S4)와 (S5)는 어떠한가? 이후의 논변이 진행되는 데 있어 이 두 가지 요구조건은 앞에서 언급한 다른 요구조건들 보다 훨씬 더 중요한 역할을 한다. 왜냐하면 이 둘 각각으로부터 해당 구문론적 규칙에 대한 일관성 증명이 요구된다는 것이 함축되기 때문이다. 먼저 (S4)에 대해서 살펴보자. 괴델은 이 요구조건이 “기호 사용에 대한 규약이라는 개념뿐만 아니라, ... 수학의 선험적 허용가능성 (admissibility)이 기초로 삼아야 하는 수학은 내용을 결여한다는 사실로부터도 따라 나온다”⁹⁾고 말한다. 수정본 V에서 그가 이 요구조건을 허용가능성 조건이라고 부르는 것은 이런 맥락을 통해서 이해할 수 있다. 구문론적 관점이 위에서 언급한 엄격한 경험주의를 지지함에도 불구하고, 경험에 독립적인 수학을 경험과학 속에서 사용할 수 있기 위해서, 다시 말하면 그 적용을 허용할 수 있기 위해서는 수학은 어떤 내용도 가지고 있지 말아야 한다. 왜냐하면 만약 수학이

7) 여기서 무한한 규칙이란 무한히 많은 규칙들의 집합을 의미하지 않는다. 심사위원의 지적대로 이것은 그 적용을 위해서 무한 개념을 전제하는 규칙들을 의미한다. 카르납은 *LSL*에서 무한 개념에 대해서 실수, 혹은 복소수를 논항으로 가지는 함수, 극한값, 무한소 미분 등을 예로 들고 있다(Carnap, 1937, p. 83.).

8) Carnap(1937), pp. 114-161. 괴델은 Gödel(1953/9), p. 338 n14에서 이런 무한한 규칙에 대한 카르납의 입장을 비판한다. 그의 비판의 요지는 다음과 같다. 비일관성에 의해서 그 존재가 반증될(disprove) 수 있는 무한한 수학적 대상과 그렇지 않은 무한한 수학적 대상을 구분하기 위해서는 어떤 형이상학적 가정, 즉 무한한 수학적 대상의 존재에 대한 가정이 필요하다. 그러나 구문론자들은 이런 가정을 수용하지 않을 것이기 때문에 그들이 제시하는 규칙은 유한해야 한다. 하지만 카르납의 입장에 대한 이런 비판이 적절한지는 의심스럽다. 왜냐하면 카르납에게 있어 비일관적인 규칙은 틀렸기 때문에 배제되는 것이 아니라 쓸모없기 때문에 배제되는 것이기 때문이다. 이런 카르납의 프래그마틱한 측면을 염두에 둘 때 굳이 비일관성에 의해서 쓸모없어진 무한한 구문론적 규칙과 그렇지 않은 무한한 구문론적 규칙을 구분하기 위해서 형이상학적 가정을 하는 것을 불필요한 일인 듯이 보인다.

9) Gödel(1953/9), p. 339. 강조는 필자의 것이다.

내용을 가지고 있다면 경험과학에 적용된 수학은 어떤 (경험적) 내용을 경험과학에 추가하는 일이 발생할 것이기 때문이다. 하지만 구문론적 관점은 이렇게 수학이 경험과학에 어떤 내용을 추가한다는 것을 받아들이지 않을 것이다. 이런 이유에서 괴델은 구문론자들은 수학의 무내용성을 주장할 수밖에 없고, 이로부터 (S4)가 도출된다고 말하고 있는 것이다.

그러나 과연 수학의 무내용성으로부터 위의 (S4)가 따라 나오지는 의심스럽다. 왜냐하면 얼핏 생각하기에 수학의 무내용성으로부터 도출되는 것은 “그 규칙이 어떤 ‘사실적’ 문장의 참 혹은 거짓을 함축하지 않는다”는 것이지 “그 규칙이 어떤 ‘사실적’ 문장의 참 혹은 거짓을 함축하지 않는다는 것을 ... 미리 알 수 있어야 한다”가 아닌 듯이 보이기 때문이다. 하지만 이렇게 생각하는 경우 이후 괴델의 논변은 타당하지 않게 된다. 왜냐하면 이것이 함축하는 것은 괴델이 원했던 일관성 증명의 요구가 아니라 일관성 요구일 뿐이고, 그리고 이런 식으로 일관성만이 요구된다면 괴델은 자신의 제2불완전성 정리를 이용할 수 없을 것이기 때문이다. 이런 비판은 어워드(Awodey)와 캐러스(Carus)의 논문¹⁰⁾에서 살펴볼 수 있다. 나는 이 문제를 다음 절에서 보다 자세히 살펴볼 것이다.

그럼 (S5)를 살펴보자. 이로부터 일관성 증명에 대한 요구는 어떻게 함축되는가? 수학을 언어의 구문론으로 해석하는 경우와 그렇지 않은 경우를 구분하는 괴델의 기준 중에 하나는 수학적 직관의 사용 여부이다. 이 수학적 직관이 수학을 해석하는 데 있어 하는 역할은 무엇인가? 그것은 어떤 확신, 혹은 기대를 만들어내는 것이다.¹¹⁾ 이 확신 혹은 기대는 수학을 경험과학에 적용했을 때 결론으로 함축되는 것이 실제로 관찰될 수 있다는 기대이다. 예를 들어 우리가 기호들의 사용에 대한 어떤 규칙들을 기계적으로 적용해서 골드바하의 추측을 도출했다고 하자. 이 결론은 수학을 구문론적으로 해석하든,

10) Awodey and Carus(2003a, 2003b)

11) Gödel(1953/9), p. 340.

그렇지 않든지 간에 같을 것이다. 하지만 이런 결론으로부터 입력값으로 짝수를 나타내는 숫자를 넣으면 소수를 나타내는 두 개의 숫자를 산출하는 기계를 만들 수 있을 것이라고 기대할 수 있겠는가? 다른 예로 우리가 공학 규칙들을 기계적으로 적용해서 어떤 다리가 이러저러한 하중을 받게 되면 무너진다는 결론을 도출했다고 하자. 이 역시 수학을 구문론적으로 해석하든, 그렇지 않든 동일한 결론을 도출하게 될 것이다. 하지만 이 결론이 실제로 관찰될 수 있을 것이라고 기대할 수 있겠는가? 여기서 우리가 기대하게 되는 것들, 즉 골드바하의 추측대로 숫자를 산출해내는 기계를 제작할 수 있다는 것, 혹은 이러저러한 하중을 받는 경우 실제로 다리가 무너지는 것을 관찰할 수 있다는 것이 바로 (S5.2)에서 말하는 ‘확인할 수 있는 사실들(ascertainable facts)’이다. 괴델은 이런 기대를 가능하게 하는 것이 바로 수학적 직관이라고 말한다. 하지만 구문론적 해석과 같이 수학적 직관을 제거해버린다면 이런 기대는 어떻게 가능하겠는가? 위의 (S5)가 요구하는 것은 구문론적 해석도 이런 기대를 가능하게 만들어야 한다는 것이다. 그러나 만약 우리가 사용하는 규칙이 비일관적이라면 모든 경험적 문장들, 혹은 관찰될 수 있는 문장들을 함축할 수 있을 것이며, 따라서 골드바하의 추측이든, 다리에 대한 어떤 결론이든 모두 도출될 수 있을 것이다. 하지만 비일관적인 규칙을 통해서 도출된 결론이 실제로 관찰될 수 있을 것이라고 기대하는 것을 잘못이다. 따라서 우리가 어떤 확인할 수 있는 사실들에 대한 확신, 혹은 기대를 수학적 직관에 의존하지 않고 할 수 있기 위해서는 적어도 문제의 결론을 도출하는 구문론적 규칙들이 일관적이라는 것을 알고 있어야 한다. 즉 그 구문론적 규칙의 일관성에 대한 증명이 필요하다.¹²⁾ 나는 이 요구조건을 앞으로 기대가능성(expectability)이라고 부를 것이다.

이제 마지막으로 (S6)을 살펴보자. (S6)은 앞에서 도출되었던 일관성 증명의 요구와 괴델 자신의 제2불완전성 정리를 연결하는 부분이

12) Gödel(1953/9), pp. 339-340.

라고 할 수 있다. 즉 앞에서 살펴본 바에 따르면 수학적 구문론적으로 해석되기 위해서는 해당 규칙이 일관적이라는 증명이 필요하다. 그리고 위 (S2)와 (S3)에 따르면 일관성 증명은 수학적 직관을 포함하는 개념들을 이용해서는 안 된다. 즉 유한한 개념들만을 이용해서 이루어져야 할 것이다. 하지만 괴델의 제2불완전성 정리는 원초적으로 회귀적인 산수 언어—유한한 개념들만으로 이루어진 언어, 예를 들어 카르납의 *LSL*에서 언어의 한 사례로 제시되는 언어 I와 같은 언어—의 일관성조차도 해당 언어 속에서 증명될 수 없다는 것이다. 즉 해당 언어의 일관성을 증명하기 위해서는 그보다 강한 메타언어의 일관성을 증명해야 한다. 그러므로 우리는 메타언어의 일관성을 전제해야 하며, 이 메타언어의 일관성은 더 강한 메타메타언어의 일관성을 전제하게 된다. 그러므로 이런 과정은 무한하게 퇴행하게 된다.¹³⁾ 따라서 이런 무한퇴행에 빠지지 않기 위해서 구문론자들은 수학적 직관을 이용해야 할 것이다. 하지만 이 수학적 직관을 이용하게 되면 구문론자들은 자가당착에 빠지게 된다. 왜냐하면 처음에 그들이 목표로 했던 수학적 직관을 배제하려는 것과 충돌하기 때문이다. 이런 이유에서 괴델은 구문론적 프로그램은 자가당착적이거나, 혹은 무한 퇴행에 빠질 수밖에 없다고 말했던 것이다.

이제 우리는 괴델의 논변을 다음과 같이 정리할 수 있다.

- G1. 구문론적 관점의 목표는 엄격한 경험주의와 수학의 선험적 허용가능성을 조화시키려는 것이다.

이로부터 다음이 도출된다.

- G2. 구문론적 관점에서 수학적 문장은 어떤 내용도 가지고 있

13) 이런 결론은 카르납이 언어 II에서 무한한 구문론적 규칙에 대해서 관용적 입장을 취했다는 것과 충돌하지 않는다. 우리가 언어 II와 같이 무한한 구문론적 규칙을 도입한다고 하더라도 우리는 그 구문론적 규칙의 일관성을 증명하기 위해서는 그보다 더 강한 메타언어의 일관성을 전제해야 한다.

지 않아야 한다.

그리고 (G2)로부터 다음이 도출된다.

- G3. (허용가능성 조건) 문장들의 진리에 대한 규칙이 구문론적이라면 그 규칙이 어떤 ‘사실적’ 문장의 참 혹은 거짓을 함축하지 않는다는 것을 그것의 형식에 의해서든, 어떻게 해서든 미리 알 수 있어야 한다.

한편 구문론적 관점이 경험과학에 적용되기 위해서는 다음이 만족되어야 한다.

- G4. (기대가능성 조건) 수학의 정리들을 적용해서 얻을 수 있는, 그리고 이전엔 수학적 공리들의 직관적 진리에 근거했던 ‘확인할 수 있는 사실’에 관한 기대는 구문론적 해석에서도 기대될 수 있어야 한다.

그럼 (G3)과 (G4) 각각으로부터 아래 (G5)가 도출된다.

- G5. (일관성 증명 요구) 해당 구문론적 규칙이 일관적이라는 증명이 필요하다.

그리고 괴델의 제2불완전성이 말하는 바는 아래의 (G6)과 같다.

- G6. (괴델의 제2불완전성) 괴델의 제2불완전성 정리에 따르면 우리는 원초적으로 회귀적인 산수의 언어의 일관성조차 해당 언어 속에서 증명할 수 없다. 그리고 이를 증명하기 위해서는 구문론적 규칙을 넘어서는 개념들, 즉 수학적 직관이 필요한 개념들이 요구된다.

이제 마지막으로 (G5)과 (G6)에 의해서 다음 결론이 도출된다.

G7. 따라서 구문론적 관점은 자가당착적이거나 무한 퇴행한다.

앞으로 진행되는 논의에서 중요한 것은 (G1)~(G5)이다. 위에서 알 수 있듯이 수정본 III에서 일관성 증명 요구, (G5)는 두 가지 논증을 통해서 도출된다. 첫 번째 논증은 (G1)~(G3)을 거친 것이고, 두 번째 논증은 (G4)만을 이용한 것이다.

나는 다음 두 절에서 위에서 제시한 괴델의 논변에 대한 두 가지 주요 비판을 검토할 것이다. 먼저 최근에 제기된 어워드와 캐러스의 괴델 논변 자체에 대한 비판을 살펴볼 것이며, 그 다음 절에서는 보다 이전에 리켓츠(Ricketts)가 제기한 괴델의 논변에 나타나는 경험적 문장의 언어 초월성에 대해서 다룰 것이다. 어워드와 캐러스가 문제 삼는 것은 과연 (G5)가 도출될 수 있는가이다. 그들은 괴델의 논변에서 도출되는 것은 (G5)에서 말하는 일관성 증명 요구가 아니라 일관성 요구라고 말한다. 한편 리켓츠는 (G3)을 문제 삼고 있다. 그가 제기하는 것은 (G3), 즉 허용가능성 조건은 경험적 문장을 언어 상대적으로 구성하는 경우에 구문론자들, 특히 카르납은 받아들이지 않을 요구조건이라는 것이다.

3. 일관성 증명 — 어워드와 캐러스의 비판

괴델의 논변에 대해 어워드와 캐러스가 제기한 물음은 “구문론적 해석으로부터 일관성 증명 요구가 함축되는가?”이다. 그들은 구문론적 해석으로부터 함축되는 것은 일관성 증명 요구가 아니라 일관성 요구일 뿐이라고 말한다. 이를 논변하기 위해서 그들이 정리한 괴델의 논변은 다음과 같다.

- (A) 구문론적 해석은 수학에는 경험적 내용이 없다는 것을 함축한다.
- (B) 수학을 위해 약정된 언어가 비일관적이라면 그것은 경험적

귀결을 가지고 있을 것이다.

- (C) 수학을 위해 약정된 언어가 경험적 내용이 없다면, 그것은 반드시 일관적이어야 한다.
- (D) 구문론적 해석은 수학을 위해 약정된 언어의 일관성을 요구한다.
- (E) 구문론적 해석은 수학을 위해 약정된 언어의 일관성 증명을 요구한다.

여기서 (C)는 (B)의 대우이며, (A)와 (C)에 의해서 (D)가 함축된다. 하지만 그들은 (A)와 (C)에 의해서 (E)는 함축되지 않는다고 말한다. 따라서 어떤 언어의 일관성 증명은 그 언어 속에서 이루어질 수 없기 때문에 그보다 강한 메타언어의 일관성을 전제해야 한다고 말하는 괴델의 제2불완전성 정리는 구문론적 해석을 반박하기 위해서 사용될 수 없다.

그럼 일관성 증명 요구를 함축하기 위해서는 괴델의 논변은 어떻게 수정될 수 있는가? 어워드와 캐러스는 (A)가 다음과 같이 수정되면 일관성 증명이 함축될 수 있을 것이라고 말하는 듯하다.

- (A') 구문론적 해석에 대한 증명은 수학은 경험적 내용이 없다는 것의 증명을 함축한다.

그리고 이로부터 다음 (E')이 함축된다.

- (E') 구문론적 해석에 대한 증명은 수학을 위해 약정된 언어의 일관성 증명을 요구한다.

그러나 그들은 카르납은 이렇게 (A)를 (A')으로 수정하는 것을 받아들이지 않을 것이라고 말한다. 왜냐하면 이렇게 수정하는 것은 구문론적 해석을 다른 입장들, 예를 들면 논리주의나 직관주의, 혹은 형식주의와 같이 증명되어야 할 어떤 주장(claim)으로 간주하는 것이기 때문이다. 하지만 카르납에게 있어 구문론적 해석은 어떤 주장이

아니라 일종의 제안(proposal)며, 그에게 있어 이 해석에 대한 증명은 불필요하다. 이런 점에서 그들은 카르납은 (A)를 (A')으로 수정하는 것을 받아들이지 않을 것이라고 말한다.

위 어워드와 캐러스가 잘못되었다고 판단하는 논변, 즉 (A)~(C)로부터 (E)가 도출되는 논변에서 증명에 대한 요구는 마지막 단계, 즉 (E)에서 나타난다. 하지만 위에서 내가 정리한 괴텔의 논변은 그렇지 않았다. 내가 정리한 것에 따르면 증명의 요구는 이미 (G3)에서 나타났다. (G3)가 말하는 것은 해당 구문론적 규칙이 사실적 문장의 참/거짓을 함축하지 않는다는 것을 미리 알 수 있어야 한다는 것이다. 이는 곧 해당 구문론적 규칙이 사실적 문장의 참/거짓을 함축하지 않는다는 것이 증명되어야 한다는 것을 의미한다. 이렇게 생각한다면 어워드와 캐러스의 논변 중 (A)는 다음과 같은 부분 논증으로 이루어진다고 말할 수 있다.

- (A1) 구문론적 해석은 수학에는 경험적 내용이 없다는 것을 함축한다.
- (A2) 구문론적 해석은 해당 수학에서 나타나는 구문론적 규칙은 사실적 문장의 참 혹은 거짓을 함축하지 않는다는 것이 증명되어야 한다는 것을 함축한다.

이런 식으로 (A)를 제시하면 (D) 뿐만이 아니라 (E) 역시 함축된다. 따라서 괴텔은 어워드와 캐러스가 비판한 것과 다르게 구문론적 해석으로부터 일관성 증명 요구가 함축되고 따라서 제2불완전성 정리를 이용해서 구문론적 해석을 반박할 수 있을 것이다.

그러나 이런 사실이 어워드와 캐러스 논변의 잘못을 지적하는 것은 아니다. 오히려 그들이 제기하는 질문이 괴텔의 논변 중 어떤 부분에 대한 것인지를 분명하게 표현한 것이라고 할 수 있다. 즉 그들이 제시하는 괴텔의 논변에 대한 비판은 (A1)에서 (A2)로 넘어가는 것이 타당한지를 묻고 있는 것이라고 할 수 있다. 앞에서도 언급했듯이 분명히 (A1)이 (A2)를 함축한다는 것은 타당하지 않은 듯하다.

수학이 어떤 경험적 내용도 가지지 않는다는 것으로부터 함축되는 것은 그 속에 있는 구문론적 규칙이 사실적 문장의 참/거짓을 함축하지 않는다는 것이지 그것을 미리 알고 있어야 한다는 것은 아닌 것 같다.

하지만 이런 문제에 대해서 다른 대답이 가능할 것 같다. 이 가능성은 카르납이 수학의 무내용성을 어떻게 생각했는지를 살펴봄으로써 판단할 수 있을 것이다. LSL, IV부에서 카르납은 일반 구문론 속에서 내용에 대한 정의의 한 예를 보여준다. 거기에서 그는 어떤 언어 속에 있는 문장, 혹은 문장들의 집합의 내용을 그 문장, 혹은 문장들의 집합의 귀결들 중 비-타당(non-valid)한 문장들의 집합으로 정의했다. 여기서 비-타당한 문장들이라는 것은 어떤 언어 속에서 타당한 문장이나 부당한 문장으로 분류되지 않는 문장들, 즉 비결정적인 문장들을 의미한다. 하지만 이런 정의가 옳은 정의로 제시된 것은 아니다. 그는 관용의 원리에 따라서 다른 정의도 가능하다고 말한다. 그러나 카르납은 여기에 덧붙여 그가 제시한 정의의 프래그마틱한 장점을 소개한다. 그 장점은 그런 정의에 따랐을 때 수학적 문장이 내용을 가지지 않게 된다는 것이다. 여기서 이 수학의 무내용성은 구문론자들에게 있어 옳거나 틀린 어떤 것이 아니라 좋거나 나쁜, 혹은 유용하거나 유용하지 않은 어떤 프래그마틱한 장점이라고 할 수 있다. 즉 우리는 구문론자들에게 수학은 내용을 가지지 않는다는 것이 참인 주장으로 제시된 것은 아니라, 어떤 프래그마틱한 장점으로 제시된 것이라고 생각할 수 있다.¹⁴⁾

그럼 구문론자들이 수학을 위해 어떤 언어를 구성한 경우를 생각해보자. 그리고 해당 언어에서는 수학이 내용을 가지지 않기 때문에 어떤 프래그마틱한 장점을 가진다고 주장하여, 정당화를 요구받는 경우를 생각해보자. 이 주장을 정당화하기 위해서는 무엇이 필요한가? 무엇보다도 먼저 그들은 해당 언어가 일관적이라는 것을 보여주어야 한다. 왜냐하면 일관성에 대한 증명이 없으면, 해당 언어는 비일관적

14) Carnap(1937), p. 175.

일 수 있고, 따라서 그들은 그 언어가 어떤 프래그마틱한 장점을 가진다는 것을 참이라고 주장할 수 없기 때문이다. 따라서 구문론자들은 자신들이 구성한 언어가 일관적이라는 것을 증명해야 하며, 이런 증명의 요구는 괴텔의 제2불완전성 정리에 의해서 무한퇴행하거나 자가당착에 빠지게 된다. 이렇듯 카르납의 수학의 무내용성에 대한 입장을 위와 같이 생각할 때, 여전히 괴텔의 논변은 유효하게 되는 것 같다.

하지만 나의 논변이 잘못되었다고 하더라도, 그리고 앞에서 논의한 것을 바탕으로 어워드와 캐러스의 논변이 타당하다고 생각한다고 하더라도, 괴텔은 다른 방식으로 일관성 증명 요구를 도출할 수 있을 것이다. 왜냐하면 위에서 내가 정리한 괴텔의 논변 중 일관성 증명 요구는 (G3)뿐만이 아니라 (G4)를 통해서도 도출될 수 있기 때문이다. (G4)로부터 일관성 증명 요구가 도출될 때, 구문론자들은 일관성 증명을 구문론적 해석에 대한 증명의 필요조건으로 제시한 것은 아니다. 여기에서 일관성 증명은 구문론자들이 수학을 구문론적 규약으로 제시했을 때, 그렇지 않은 경우와 동일한 경험적인 함축, 즉 기대가능성을 가져야 한다는 것으로부터 도출된다. 이것은 구문론자들이 자신의 해석을 참이라고 주장하는 것이 아니라, 그저 제안하는 경우라도 경험과학에 적용되기 위해서는 만족시켜야 할 조건이다. 따라서 일관성 증명 요구는 구문론적 해석에 대한 증명으로부터 함축되는 것이 아니라, 구문론적 해석에 대한 제안으로부터도 함축될 수 있게 된다. 그러므로 괴텔이 제시한 논변은 (G4)~(G7)에 의해서 충분히 구문론적 해석을 비판할 수 있게 된다.

다른 한편으로 이런 (G4), 즉 기대가능성이 괴텔의 논변에서 차지하는 역할은 수정본 V에서 달라진다. 수정본 III에서 괴텔은 일관성 증명 요구를 도출하기 위해서 두 가지 경로를 사용했었다. 그 중에 한 가지는 수학의 무내용성으로부터 허용가능성 조건을 통해 일관성 증명 요구를 도출하는 것이었고, 다른 하나는 기대가능성 조건만을 이용해 일관성 증명 요구를 도출하는 것이었다. 하지만 수정본 V에서 이 두 가지 경로는 결합된다. 괴텔은 다음과 같이 말한다.

그러나 이러한 규칙들이 검증된 자연 법칙에 적용될 때 ... 우리가 경험적으로 옳은 명제를 획득할 것이라는 기대에 대한 어떤 근거를 가지기 위해서 우리는 구문론적 규칙들에 대한 어떤 사실들을 알아야 한다. 왜냐하면 명제들의 참 혹은 거짓에 대한 완벽하게 임의적인 규칙들에 대해서 이를 기대하는 것은 어리석음을 일이기 때문이다. 우리가 반드시 알고 있어야 하는 것은 규칙들 혼자서 어떤 경험적 사실을 표현하는 어떤 문장의 참 혹은 거짓을 함축하지 않는다는 것이다. 그런 규칙들은 “허용가능하다”고 불릴 수 있을 것이다.¹⁵⁾

즉 수정본 III과 달리 수정본 V에서 구문론적 규칙의 허용가능성은 기대가능성으로부터 도출된다. 수정본 III에서 수학의 무내용성으로부터 도출되었던 허용가능성이 수정본 V에서는 무내용성에 의존하지 않고 기대가능성으로부터 도출되는 것이다. 따라서 이렇게 허용가능성이 도출된다고 할 때 괴델은 허용가능성을 이용해 일관성 증명요구를 도출할 수 있게 된다. 왜냐하면 이 허용가능성에는 “우리가 반드시 알고 있어야 한다”는 구절이 포함되어 있고, 이 구절을 “규칙들 혼자서 어떤 경험적 사실을 표현하는 어떤 문장의 참 혹은 거짓을 함축하지 않는다는 것이 증명되어야 한다”로 이해할 수 있기 때문이다.

앞에서 나는 어워드와 캐러스의 논변의 중심은 수학의 경험적 무내용성으로부터 허용가능성이 함축될 수 없어, 결국 일관성 증명요구를 함축할 수 없다는 것이라고 지적했다. 하지만 수학의 무내용성에 대한 카르납의 입장, 즉 수학의 무내용성이 가지는 프래그마틱한 장점에 대한 이해를 바탕으로 허용가능성, 나아가 일관성 증명요구는 함축될 수 있을 것이라는 것을 보였다. 또한 이런 논변이 옳지 않더라도, 괴델의 수정본 III에 따르면 허용가능성 이외의 방법, 즉 기대가능성으로부터 일관성 증명이 함축될 수 있으며, 이런 함축은 구문론적 관점의 제안이 아니라 주장이라는 사실로부터 도출되는 것은 아니라고 했다. 뿐만 아니라 괴델의 수정본 V에 따르면 허용가능성

15) Gödel(1953/9), p. 357. 강조는 필자의 것이다.

은 수학의 경험적 무내용성으로부터 함축되는 것이 아니라, 기대가능성으로부터 함축된다는 것을 보였다. 따라서 SV를 주장이 아니라 제안이라고 해석한다고 하더라도 괴델에 따르면 기대가능성으로부터 허용가능성이 도출될 수 있기 때문에 여전히 괴델의 논변은 유효하다는 것을 살펴보았다.

이제 다음 절에서는 어워드와 캐러스의 비판보다 이전에 제기된 비판에 대해서 논할 것이다. 그것은 리켓츠의 것으로 허용가능성 조건에서 나타나는 경험적 문장을 괴델이 언어-초월적인 것으로 사용했으며, 이는 카르납이 받아들이지 않을 것이라는 비판이다.

4. 경험적 문장의 언어 초월성 — 리켓츠의 비판

4.1 경험적 문장의 언어-초월성과 허용가능성

괴델의 논변에 대한 리켓츠의 비판은 위의 (G3), 허용가능성 조건에 대한 것이다. 이 조건에 대해서 그가 비판하는 것은 그 속에 나타나는 ‘사실적 문장’이 언어-초월적이라는 것이다. 괴델은 어떤 구문론적인 규칙을 추가해 새로운 언어를 만들었을 때, 이전의 언어에서 경험적이었던 문장은 새로운 언어에서도 여전히 경험적어야 한다고 생각한다. 그러나 카르납은 이를 받아들이지 않을 것이다. 왜냐하면 그에게 있어 어떤 문장이 경험적인지, 그렇지 않은지는 언어와 독립적으로 판단할 수 있는 것이 아니기 때문이다. 카르납에 따르면 언어-상대적으로만 그 문장이 경험적인지, 그렇지 않은지 알 수 있다. 따라서 경험적 문장의 언어-초월성을 받아들이지 않는 카르납에게 괴델의 비판은 적절하지 않게 된다.

이런 비판을 통해서 리켓츠는 “허용가능성에 대한 비순환적 증명요구는 이 [경험적 문장의 언어-초월성이라는] 개념을 사용하지 않고서는 지지될 수 없다”¹⁶⁾라고 말한다. 이는 우리가 경험적 문장의 언

16) Ricketts(1994), pp. 179-180.

어-초월성이라는 개념을 사용하는 경우에만 허용가능성을 요구할 수 있다는 것으로 이해된다. 즉 우리가 카르납처럼 경험적 문장을 언어-상대적인 것으로 간주한다면 허용가능성을 요구할 수 없다는 것이다.

그러나 과연 그러한지는 의심스럽다. 이런 의심은 허용가능성 요구가 무엇으로부터 도출되었는지를 살펴보면 이해할 수 있을 것이다. 앞에서 나는 허용가능성 요구가 도출되는 방식을 두 가지로 분류했다. 그 중에 한 가지는 허용가능성이 수학의 무내용성에 대한 주장으로부터 도출되는 경우였으며, 다른 한 가지는 허용가능성이 기대가능성으로부터 도출되는 경우였다. 그러면 리켓츠가 말한 대로 경험적 문장의 언어-초월성이라는 개념을 사용하는 경우에만 허용가능성을 요구할 수 있다면, 우리는 언어-초월성이라는 개념을 사용하는 경우에만 수학의 무내용성을 주장할 수 있게 되며, 또 언어-초월성이라는 개념을 사용하는 경우에만 기대가능성을 요구할 수 있게 된다. 이는 다른 말로 수학의 무내용성을 주장한다면 경험적 문장의 언어-상대성이라는 개념을 사용할 수 없으며, 또 기대가능성을 요구한다면 경험적 문장의 언어-상대성이라는 개념을 사용할 수 없다는 것이다. 이 결론들은 수학의 무내용성에 대한 주장과 기대가능성 각각은 경험적 문장의 언어-상대성과 충돌한다는 것을 말해주고 있다. 하지만 구문론자들, 특히 카르납은 이런 결론을 수용하기 어려울 것이다.

카르납이 위의 두 가지 결론 중에서 수학의 무내용성에 대한 주장과 경험적 문장의 언어-상대성의 충돌을 수용하지 않을 것이라는 점은 앞에서 언급한 *LSL*에서 내용을 정의하는 부분을 통해서 짐작할 수 있다. 앞에서 언급한 대로 그는 어떤 언어 속에 있는 문장, 혹은 문장들의 집합의 내용을 그 문장, 혹은 문장들의 집합의 귀결들 중 비-타당(non-valid)한 문장들의 집합으로 정의했다. 그리고 그는 이 정의가 수학의 무내용성을 함축한다는 어떤 프래그마틱한 장점을 가지고 있다고 했다. 이런 논의에서 카르납이 말하고 있는 것 중에 하나는 여러 문장들을 언어-상대적으로 구성했을 때 수학적인 문장들을 모두 내용을 가지고 있지 않은 것으로 분류할 수 있다는 것이다. 이로부터 우리는 분명히 카르납은 수학의 무내용성과 문장의 언어-상대

적 구성 사이의 충돌을 수용하지 않는다는 것을 알 수 있다.

따라서 괴델의 논변에 포함된 경험적 문장이 언어-초월적이라고 하더라도, 우리는 그 언어-초월성이 허용가능성 요구의 필요조건이라고 결론내릴 수 없다. 리켓츠의 비판이 유효한 점은 단지 괴델의 논변에서 나타나는 경험적 문장이 언어-초월적이라는 것뿐이며, 이로부터 “허용가능성에 대한 비순환적 증명에 대한 요구는 이 경험적 문장의 언어-초월성이라는 개념을 사용하지 않고서는 지지될 수 없다.”는 결론으로 나갈 수 없다. 그러므로 괴델은 리켓츠의 비판을 수용해 경험적 문장을 언어-상대적으로 구성한 뒤, 구문론적 규칙들이 허용가능성 조건을 만족하는지 물을 수 있을 것이다. 즉 괴델은 다음과 같이 언어-상대적인 허용가능성 조건을 제시할 수 있을 것이다.

(언어-상대적인 허용가능성 조건) 문장들의 진리에 대한 규칙이 구문론적이라면 그 규칙이 언어-상대적인 어떤 ‘사실적’ 문장의 참 혹은 거짓을 함축하지 않는다는 것을 그것의 형식에 의해서든, 어떻게 해서든 미리 알 수 있어야 한다.

이런 언어-상대적인 허용가능성 조건이 제시되었을 때 괴델은 해당 구문론적 규칙이 비일관적인 경우, 여전히 언어-상대적으로 사실적 문장들이 도출될 수 있는지 물을 수 있을 것이다. 그리고 만약 언어-상대적으로 사실적 문장들이 도출될 수 있다면, 그는 자신의 제2불완전성 정리를 이용해서 앞에서 제시한 것과 동일한 논변을 이어갈 수 있을 것이다. 따라서 우리는 과연 해당 구문론적 규칙들이 비일관적인 경우에 언어-상대적인 사실적 문장들이 도출될 수 있는지 살펴봐야 할 것이다. 이를 위해서 우리는 먼저 카르납에게 있어 언어는 어떻게 구성되며, 어떤 언어들이 있는지 검토해야 한다. 그리고 그 언어들 중에서 허용가능성 조건이 형식화될 수 있는 언어는 무엇인지 가려내야 할 것이다. 이를 위해서 나는 카르납의 *LSL*에서 나타나는 언어 구성 방식과 언어들을 간략하게 검토할 것이다.

4.2 카르납의 언어 구성

LSL 서론에서 카르납은 기존 형식 언어 구성 절차가 가지는 문제점을 지적한 뒤 새로운 방법으로 언어를 구성할 것을 제안한다. 그가 제안한 방법은 기호의 의미를 먼저 할당하고, 그 의미에 따라서 추론들의 옳고 그름을 따지는 것이 아니라, 먼저 추론 규칙들을 선택하고, 그 규칙들에 의해서 원초적인 논리적 기호들의 의미가 무엇인지 결정하는 것이다.¹⁷⁾ 그리고 덧붙여진 관용의 원리에 따라서 우리는 편의(convenience)와 같은 프래그마틱한 요소들에 의해서만 추론 규칙들을 도입할 뿐, 추론 규칙의 선택에 있어 프래그마틱한 점들을 넘어서는 어떤 실질적인 제약 조건은 없다고 카르납은 말한다. 논리학에는 어떤 모델도 없으며 어떤 논리 체계를 구성하는지에 대해서 우리는 완전히 자유롭다.¹⁸⁾ 이런 관용의 원리를 도입하면, 기존의 수학에 대한 철학적 논쟁들은 해소된다고 카르납은 주장한다.

따라서 그는 체계적인 일반 구문론을 구성하기 위해서 귀결 규칙(consequence rule)을 먼저 확립하고, 이를 이용해 여러 중요한 구문론적 개념들—문장의 논리적 특징에 대한 개념들과 문장들 사이의 논리적 관계에 대한 개념들—을 정의하려고 한다.¹⁹⁾ 이렇게 귀결 규칙에 의해서 정의되는 것들 중에는 논리적 문장과 서술적(descriptive) 문장의 정의가 포함된다. 그리고 이를 통해서 논리적 언어와 서술적 언어가 구분된다. LSL, IV부에서 논리적 문장은 결정성에 의해서 정의된다. 즉 귀결 규칙에 의해서 결정적인 것으로 분류되는 문장 속에 있는 모든 기호들은 논리적인 표현이 된다. 그리고 이에 해당하지 않는 표현들은 서술적 표현이 된다.²⁰⁾ 여기서 어떤 문장이 결정적이라는 것은 그 문장의 참 혹은 거짓이 귀결 규칙들에 의해서 도출될 수

17) Carnap(1937), p. xv. 이러한 카르납의 전환과 그 전환에 있어 비트겐슈타인의 영향에 대해서는 Coffa(1987), Ch.14에서 볼 수 있다.

18) Carnap(1937), p. 52.

19) Carnap(1937), p. 168.

20) Carnap(1937), pp. 177-178.

있다는 것을 말한다. 이제 이런 표현들, 혹은 문장들 사이의 구분은 언어들의 구분으로 연결된다. 어떤 언어가 논리적 표현들만으로 이루어져 있다면 그 언어는 논리적 언어가 된다. 그러나 언어 속에 적어도 하나의 서술적 표현이 있다면 그것은 서술적 언어가 된다. 카르납이 제시하는 언어 I 과 언어 II 는 모두 서술적 언어이다. 왜냐하면 해당 언어에서 사용하는 귀결 규칙에 의해서는 결정적이지 않은 문장이 언어 I 과 언어 II 에 포함되어 있기 때문이다. 이렇듯 언어에서 어떤 표현이 논리적인지, 서술적인지는 해당 언어가 가지고 있는 규칙으로부터 문제의 표현이 결정될 수 있는지에 관련된다. 즉 논리적 표현과 서술적 표현의 구분은 언어-상대적이다.

한편 언어-상대적으로 구분되는 것은 논리적/서술적 표현뿐만이 아니다. 카르납은 논리적/서술적 표현의 구분과 더불어 다른 구분도 제시한다. 그것은 L-규칙과 P-규칙 사이의 구분이다. 이는 결국 L-귀결과 P-귀결 사이의 구분이 될 것이다. 이 둘 사이의 구분은 대치가능성(replaceability)에 의존한다. 언어 Γ 속에서 어떤 문장 S 가 어떤 집합 K 의 귀결이라고 하자. 그리고 집합 K 와 문장 S 의 모든 서술적 표현들을 다른 서술적 표현들로 대치한 것을 각각 K' 과 S' 이라고 하자. 이렇게 대치한 뒤에도 언어 Γ 속에서 S' 이 K' 의 귀결인 경우 해당 귀결 규칙은 L-귀결 규칙이다. 그리고 그렇지 않은 경우 해당 규칙은 P-귀결 규칙이다. 카르납은 맥스웰의 방정식과 같은 자연법칙을 P-규칙의 예로 제시한다. 그러나 카르납에게 추론 규칙만 변형 규칙인 것은 아니다. 그에겐 원초적 문장, 즉 공리들 역시 변형 규칙이다. 따라서 어떤 언어에서 맥스웰의 방정식이 원초적 문장, 혹은 공리로 사용되는 경우에 그것은 P-규칙이라고 할 수 있다. 또 다른 한편, P-규칙들이 자연법칙과 같은 보편문장일 필요 없다. 왜냐하면 경험적 관찰 문장 역시 P-규칙으로 공리의 역할을 할 수도 있다. 이러한 규칙들의 분류는 언어의 분류로 이어진다. 만약 우리가 다루고 있는 언어에서 사용되는 규칙이 L-규칙뿐이라면 해당 언어는 L-언어라고 부른다. 그리고 L-규칙 이외에 P-규칙도 있다면 해당 언어는 P-언어라고 불린다.

지금까지 우린 두 가지 종류의 언어 구분을 살펴보았다. 그 중 첫 번째의 것은 논리적 언어와 서술적 언어 사이의 구분이었으며, 두 번째의 것은 L-언어와 P-언어 사이의 구분이었다. 하지만 이 두 가지 구분이 일치하는 것은 아니다. 예를 들어 카르납의 언어 I과 언어 II는 결정되지 않는 문장을 포함하고 있기 때문에 논리적 언어가 아니라 서술적 언어이다. 그러나 이들이 사용하는 규칙은 모두 L-규칙이기 때문에 L-언어이다. 이런 결과 우리는 논리적 언어는 모두 L-언어이지만, L-언어는 논리적 언어가 아닐 수 있다고 말할 수 있다. 또 모든 P-언어는 서술적 언어이지만, 서술적 언어가 모두 P-언어는 아니라고도 말할 수 있다.²¹⁾ 그러므로 카르납의 *LSL*을 따라 우리가 구성할 수 있는 언어는 세 가지—논리적 언어, 서술적 L-언어, P-언어—이다.

4.3 언어-상대적인 허용가능성 조건과 비일관적인 구문론적 규칙

우리는 4.1절에서 괴델은 리켓츠의 비판을 받아들여 새로운 허용가능성 조건, 언어-상대적인 허용가능성 조건을 제시할 수 있다는 것을 보았다. 그리고 4.2절에서 카르납의 언어는 두 가지 방식으로 구분된다는 것을 보았다. 그 중 첫 번째는 언어 속에 있는 규칙에 의해서 특정 문장이 결정될 수 있는지, 그렇지 않은지에 의해서 구분하는 것이고, 두 번째는 언어가 사용하는 규칙이 L-규칙인지, P-규칙인지에 의해서 구분하는 것이다.

이제 우리는 괴델이 허용가능성 조건을 제시했을 때 염두에 두어야 할 언어는 무엇인지 제시하고, 이를 통해서 위에서 제시된 허용가능성 조건을 카르납의 언어에 맞춰 재서술할 수 있을 것이다. 그리고 이렇게 재서술된 허용가능성 조건에 대해서 해당 구문론적 규칙이 비일관적인 경우에 언어-상대적으로 경험적인 문장들이 도출될 수 있

21) Carnap(1937), p. 181. Theorem 51.1

는지 검토할 수 있을 것이다.

그럼 언어와 언어 속 문장들이 위와 같은 식으로 분류되었을 때, 괴텔이 염두에 둔 언어와 문장들은 무엇이라고 볼 수 있는가? 괴텔의 논변에서 비판의 대상은 수학과 논리학에 대한 구문론적 관점이었다. 그리고 그 비판 속에서 수학적, 혹은 논리적 문장을 구문론적 규칙으로 간주하기 위해서는 그 구문론적 규칙이 허용가능성 조건을 만족하는 것이어야 했다. 이때 허용가능성은 어떤 언어에 수리-논리적 규칙들을 추가하는 경우, 기존의 경험적 문장 이외의 새로운 경험적 문장을 추가된 구문론적 규칙이 함축하지 말아야 한다는 것이었다. 즉 우리가 기존의 언어에 있는 규칙에 의해서 참인지, 거짓인지 모르는 경험적 문장들을 수리-논리적 규칙을 덧붙인다는 것만으로 그것이 참인지, 거짓인지를 알 수 없어야 한다는 것이다. 따라서 괴텔이 염두에 둔 언어는 규칙들 중에서 L-규칙과 P-규칙들도 모두 가지고 있는 언어이며, 또 이 규칙들로 결정될 수 없는 문장들도 가지고 있는 언어이다. 그러므로 그 언어는 P-언어가 될 것이며, 괴텔이 경험적 문장이라고 한 결정될 수 없는 문장들은 P-서술적인 문장이 될 것이다. 그리고 새로 추가되는 구문론적 규칙은 P-규칙이 아니라 L-규칙이 될 것이다.

그럼 허용가능성 조건은 어떻게 재서술될 수 있는가? 허용가능성 조건을 카르납의 입장에서 재서술하기 위해서 우리는 새로운 규칙이 추가되었을 때 문제의 언어가 어떻게 변화하며, 언어 속에 있는 문장들이 언어-상대적으로 어떻게 바뀌는지 살펴보아야 한다. 괴텔이 염두에 둔 언어는 P-언어였다. 이 언어를 Γ_P 라고 하자. 이 Γ_P 속에는 P-서술적인 문장, S_{Γ_P} 이 포함되어 있다. 그리고 이 언어에 새로운 L-규칙, R_L 을 추가한다. R_L 을 추가해 만들어진 언어를 $\Gamma_{P'}$ 이라고 하자. 그럼 언어 Γ_P 에 상대적이었던 문장 S_{Γ_P} 은 새로운 언어 $\Gamma_{P'}$ 에 상대적인 문장 $S_{\Gamma_{P'}}$ 이 된다. 그럼 괴텔의 허용가능성 조건은 다음과 같이 형식화할 수 있다.

구문론적 규칙 R_L 의 언어-상대적 허용가능성 조건: 어떤 P-언어, Γ_P 에 P-서술적인 문장, S_{Γ_P} 이 있을 때, 새로운 L-규칙, R_L 을 추가해서 만들어진 언어 Γ_P' 는 S_{Γ_P} 을 함축하지 말아야 한다는 것을 그것의 형식에 의해서든, 어떻게 해서든 미리 알 수 있어야 한다.

이렇게 허용가능성 조건을 형식화하였으니, 이제 새로운 규칙 R_L 이 비일관적인 경우를 생각해보자.²²⁾ R_L 이 비일관적이라면 그것은 Γ_P' 의 모든 문장을 함축하게 될 것이다. 따라서 새로운 언어는 $S_{\Gamma_P'}$ 역시 함축하게 될 것이다. 그럼 여기에서 우린 카르납의 관점에 따랐을 때, 비일관적인 규칙 R_L 은 허용가능성 조건을 만족하지 않는다고 말할 수 있는가? 일핏 생각하면 그렇다고 말할 수 있을 듯이 보인다. 그러나 비일관적인 규칙 R_L 이 허용가능성 조건을 만족하지 못하기 위해서 해당 규칙이 함축해야 하는 것은 서술적인 P-문장이어야 한다는 점을 생각한다면, 우리는 쉽게 규칙 R_L 가 허용가능성 조건을 만족하지 않는다고 결론 내릴 수 없다. 이를 이해하기 위해서 앞에서 언급한 논리적 문장과 서술적 문장 사이의 구분을 상기해보자. 일반 구문론에서 카르납은 논리적 문장을 결정성을 이용해서 정의하였다.

- 22) 한 심사위원은 여기서 규칙 R_L 이 비일관적이라는 서술에 의문을 제기했다. 즉 보다 정확히 서술한다면, 규칙 R_L 이 비일관적이라는 것이 아니라 이 규칙과 기존의 Γ_P 의 규칙들이 비일관적이라고 서술해야 한다는 것이다. 물론 그렇게 서술하는 것이 보다 적절하겠으나, 반드시 그럴 필요는 없어 보인다. 왜냐하면 여기서 괴델이 염두에 두고 있는 것은 프라이어(Prior)가 제시한 'tonk' 논리 연결사와 같은 것일 수 있기 때문이다. tonk 논리 연결사는 다음 두 가지 추론 규칙을 가진다.

$$\frac{P}{P \text{ tonk } Q} \quad \frac{P \text{ tonk } Q}{Q}$$

이 추론 규칙을 연속으로 사용하면 임의의 한 문장으로부터 모든 것을 도출할 수 있다. 따라서 이런 규칙을 비일관적인 규칙이라고 부를 수도 있을 것이다(Potter, 2000, p. 270).

이런 정의에 따르면 모든 논리적인 문장은 결정적이며, 또 결정적인 문장은 모두 논리적인 문장이다. 그러므로 비일관적인 규칙 R_L 이 함축하게 되는 모든 문장은 결정적인 문장이 된다. 따라서 R_L 이 함축한다고 하는 문장 S_{R_L} 는 서술적인 문장이 아니라 논리적인 문장이 된다. 결국 언어-상대적으로 논리적인 문장과 서술적인 문장을 구분했을 때, 비일관적인 규칙을 추가한다고 해서 함축되는 것은 P-서술적인 문장이 아니라 논리적인 문장이 된다. 경험적 문장의 언어-초월성을 인정하지 않는 카르납은 괴델의 논변에 이런 식으로 답하는 것이 가능할 것이다.

하지만 이런 카르납의 답변은 다소 공허한(vacuous) 면이 있다. 왜냐하면 이런 식으로 비일관적인 규칙이 허용가능성 조건을 만족한다는 것은 비일관적인 규칙이 어떤 경험적인 문장이 있어, 그것의 참/거짓을 함축하지 않는다는 것이 아니라, 비일관적인 규칙이 도입되면 원래 경험적이었던 문장들이 언어-상대적으로 논리적 문장으로 바뀌어 경험적 문장이란 존재하지 않게 되어 그것을 함축할 수 없다는 것이기 때문이다.

그러나 이런 공허함은 카르납이 비일관적인 언어를 어떻게 배제하는지를 염두에 두면 이해할 수도 있을 것이다. 카르납의 관용의 원리에 따르면 어떤 언어를 수용하거나 수용하지 않는 것을 결정할 어떤 실질적인(substantial) 기준이란 존재하지 않는다. 즉 언어들 중에서 무엇이 옳고 무엇이 그른지를 판단할 어떤 모럴도 없다. 따라서 어떤 비일관적인 언어가 제시되었을 때 우리는 그 언어가 틀렸다고 배제할 수 있는 어떤 실질적인 이유도 없다. 단지 우리는 프래그마틱한 이유에서 그 언어를 사용하지 않을 뿐이다. 그럼 비일관적인 언어가 가지는 프래그마틱한 단점은 무엇인가? 이에 대한 답은 그 언어를 경험에 적용하려는 경우에서 찾을 수 있을 것이다. 즉 우리가 비일관적인 언어를 경험에 적용하려고 할 때 그 언어는 모든 문장들을 도출해 낼 수 있고, 따라서 모든 문장들이 결정적이기 때문에 논리적인 문장이 되어버린다는 사실은 그것을 경험에 적용하는 데 적절하지

않다는 이유를 제공한다. 그러므로 우리는 괴델의 논변에 대한 카르납의 가능한 답변이 다소 공허해 보이지만, 이 공허함이 비일관적인 언어를 배제할 수 있게 하는 프래그마틱한 단점을 제시한다고 생각할 수 있다. 이렇게 생각할 때 우리는 카르납의 가능한 답변을 그럴싸한 답변으로 생각할 수도 있을 것이다.²³⁾

5. 결론

나는 위에서 1995년에 뒤늦게 출판된 괴델의 「수학은 언어의 구문론인가?」라는 논문과 이 논문이 출판된 이후에 제기된 많은 논평들 중에서 괴델에 호의적이지 않았던 두 가지 논문을 검토했다. 그 중 3절에서 검토한 것은 어워드와 캐러스의 논문으로 괴델의 논변은 타당하지 않다는 것을 지적하는 것이었다. 하지만 나는 그들이 제시한 논변은 일견 그럴싸해 보이지만, 수학의 무내용성에 대한 카르납의 입장을 상기할 때 괴델의 논변은 타당해질 수 있으며, 만약 그렇지

23) 익명의 심사위원은 이 부분과 위의 주석 8)에 공허 문제가 될 수 있는 점을 지적하였다. 즉 프래그마틱한 단점을 지니지 않았다는 주장을 정당화하기 위해서—주석 8)의 경우 어떤 언어가 쓸모없는 것이 아니라는 주장을 정당화하기 위해서—해당 언어들이 일관적이라는 보장이 다시 필요할 것이며, 따라서 위의 해결책은 괴델의 비판을 벗어나지 못한다는 것이다. 이런 지적은 일견 적절하고 나의 논변에 대한 심각한 비판인 것처럼 보인다. 하지만 카르납에게 있어 프래그마틱한 단점과 일관성 증명 사이의 관계를 염두에 두면 제기된 비판은 약해질 수 있을 것이다. 왜냐하면 카르납이 주장하는 것은 일관성에 대한 반증(disproof)이 주어졌을 때 문제의 언어는 프래그마틱한 단점을 가진다는 것일 뿐, 일관성에 대한 증명(proof)이 있어만 그 언어가 비일관성으로부터 비롯된 프래그마틱한 단점을 가지지 않는다는 것이 정당화될 수 있다는 것은 아니기 때문이다. 즉 일관성에 대한 증명이 주어지지 않았더라도, 그리고 비일관성에 대한 증명 역시 주어지지 않았다면 이 순간 카르납은 해당 언어가 비일관성에서 비롯된 프래그마틱한 단점을 가지지 않는다고 결론 내릴 것이다. 카르납에게 있어 비일관성에서 비롯된 프래그마틱한 단점을 가지지 않는다는 것에 대한 정당화는 아직 비일관적이라는 것이 증명되지 않았다는 것으로 충분한 듯 보인다.

않더라도 괴델은 어워드와 캐러스가 제시한 것과 다른 방식으로 논변을 이어갈 수 있다는 것을 보였다. 그리고 4절에서 검토한 것은 3절에서 다룬 것보다 더 이전에 출판된 논문으로 괴델의 논변에 대한 리켓츠의 비판이었다. 리켓츠는 자신의 논문에서 괴델은 경험적 문장의 언어-초월성을 전제하고 있으며, 이를 전제하지 않는다면 카르납은 허용가능성 요구를 받지 않는다고 주장했다. 나는 이에 대해서 괴델의 언어-초월성은 비판받아 마땅하지만, 그렇다고 해서 카르납이 허용가능성 요구를 받지 않는 것은 아니라고 논증했다. 이와 더불어 카르납이 언어-상대적인 방식으로 허용가능성을 요구 받을 때 어떻게 답할 수 있는지 살펴보았다.

나는 이 글에서 카르납에 대한 괴델의 비판 자체에 대한 평가는 유보하였다. 단지 최근에 괴델의 논변에 대해서 제시된 두 가지 비판들을 검토했을 뿐이다. 그러나 이런 작업이 괴델과 카르납의 수리철학을 보다 잘 이해하는 데 일조할 수 있을 것이라고 희망한다.

참고문헌

- Awodey and Carus(2003a) "How Carnap Could Have Replied to Gödel." In *Carnap Brought Home: The View from Jena*, ed. S. Awodey and C. Klein (LaSalle, Ill.: Open Court).
- Awodey and Carus(2003b) "Carnap vs. Gödel on Syntax and Analyticity" in P. Parrini, W. Salmon & M. Salmon, eds. *Logical Empiricism: Historical and Contemporary Perspectives*. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, pp.57~64.
- Carnap (1937) *The Logical Syntax of Language*, Routledge & Kegan Paun, London.
- _____ (1963) "Intellectual Autobiography." In *Schilpp* (1963), pp. 3-84.
- Coffa (1991) *The Semantic Tradition From Kant To Carnap: To the Vienna Station*, Cambridge University Press.
- Crocco (2003) "Gödel, Carnap and The Fregean Heritage" *Synthese* 137, pp. 21-41.
- Goldfarb (1995) "Introductory Note to *1953/9." in *Gödel's Collected Works*, 3:324-332. Oxford University Press.
- Goldfarb and Ricketts (1992) "Carnap and the Philosophy of Mathematics." In *Science and Subjectivity: The Vienna Circle and Twentieth Century Philosophy*, ed. D. Bell and W. Vossenkuhl, 61-78. Berlin: Akademie-Verlag.
- Gödel (1953/9) "Is Mathematics Syntax of Language?" version III/V. in his *Collected Works*, 3:334-55. Oxford University Press.
- Richardson (1994) "The Limits of Tolerance: Carnap's Logico-Philosophical Project in Logical Syntax of Language." *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplementary volume, 67-82.

- Ricketts (1994) "Carnap's Principle of Tolerance, Empiricism, and Conventionalism." In *Reading Putnam*, ed. P.Clark and B. Hale, 176-200. Oxford: Blackwell.
- _____ (1996) "Carnap: From Logical Syntax to Semantics." In *Origins of Logical Empiricism*, ed. R. Giere and A. Richardson, 231-50. Minneapolis: University of Minesota Press.
- Parsons (1995) "Quine and Gödel on Analyticity." In *On Quine: New Essay*(CUP), ed. Paolo Leodardi and Marco Santambrogio. Cambridge: Cambridge University Press.
- Friedman (1996) "Tolerance and Analyticity in Carnap's Philosophy of Mathematics." In *Reconsidering Logical Positivism*, 198-234. Cambridge University Press.
- Potter (2000) *Reason's Nearest Kin: Philosophies of Arithmetic from Kant to Carnap*. Oxford: Oxford University Press.
- Schlipp ed. (1963) *The Philosophy of Rudolf Carnap*. La Salle: Open Court.

Gödel and Carnap: Is Mathematics Syntax of Language?

Ilho Park

Gödel(1953/9) criticized that the syntactical view of Carnap was self-defeating. Against this criticism, Awodey and Carus(2003a,b) besides Ricketts(1996) claimed that as Gödel's argument has some faults, Carnap doesn't face to Gödel's criticism. In this article, I will examine critically their comments on Gödel's argument. Firstly it will be shown that Gödel's argument can be reconstructed in a different way from what Awodey and Carus(2003a,b) did, hence their criticism to Gödel's argument is inadequate. Secondly I will point that there is a mistake in Ricketts(1996)'s comment, but nevertheless when Gödel's argument is reconstructed along with Ricketts criticism, his argument will become ineffective in criticizing Carnap's view.

[Key Words] Carnap. Gödel, Syntactical view, consistency, empirical sentences.