

양자역학의 인과적 해석과 입자 궤적의 실재성†

김 재 영‡

양자역학의 인과적 해석(드브로이와 붐의 이론)은 양자동역학의 서술대상이 파동의 속성과 입자의 속성을 모두 가진다고 가정한다. 이 때 입자의 궤적은 결정론적이지만 실제의 실험상황에서는 검출되지 않는다. 이 논문에서는 기존의 양자역학 정식화에서 표준화되어 있는 관측가능량으로서의 물리량의 개념을 '검출가능량'과 '계산가능량'으로 나누고, 메타동역학의 맥락에서 '검출가능량'은 사건서술과 연결되며, '계산가능량'은 상대서술과 연결됨을 보인다. '계산가능량'의 전형적인 예가 인과적 해석에서 중요한 역할을 하는 입자의 궤적이다. 양자역학의 인과적 해석에서 입자의 궤적이 반드시 필요하다고 보는 까닭은 '계산가능량'으로서의 물리량이 일반적인 의미의 추정가능성을 충족시켜야 하기 때문이다. 물리량의 실재성이라는 개념은 내용상으로는 추정가능성의 개념이다. 이 논의로부터 양자역학의 인과적 해석에 내재해 있는 해석규칙에 모호함이 있음이 드러난다. 또한 양자역학의 인과적 해석에서 모호한 지위를 갖는 입자들의 위치 개념에 대한 검토를 통해 추정가능성의 문제를 예시적으로 이해할 수 있다.

【주요어】 드브로이-붐 이론, 양자역학의 인과적 해석, 입자의 궤적, 관측가능량, 검출가능량, 계산가능량, 추정가능성, 물리량의 실재성.

† 이 논문은 한국과학철학회 2006년 연례학술대회, “21세기 과학철학의 과제와 전망-새로운 10년을 준비하며”(서울대학교, 2006년 6월 27~28일)에서 처음 발표되었음. 저자는 익명의 심사자들에게 깊이 감사드린다.

‡ 이화여자대학교 한국문화연구원 HK연구교수

1. 서론

양자역학의 해석은 개별과학의 철학적 탐구에서 실재성 등의 주요 쟁점을 명료하게 드러내기에 적합한 주제 중 하나이다. 드브로이(Louis de Broglie)와 보姆(David Bohm)이 개진한 이론은 양자역학의 해석에서 나타나는 난점들의 일부를 극복했다고 평가된다. ‘양자역학의 인과적 해석’ 또는 ‘운동의 양자이론’으로 불리는 드브로이-보姆의 이론은 양자동역학의 서술대상이 파동의 속성과 입자의 속성을 모두 가지는 것으로 서술한다. 파동은 슈뢰딩거 방정식을 따르는 파동함수로 서술되고, 입자는 확장된 해밀턴-아코비 방정식으로 서술된다. 파동함수는 실질적으로 파일럿 파동을 기술하며, 입자는 고전역학에서와 마찬가지로 특징적인 궤적을 따라 운동하는 것으로 기술된다. 그런데 이 입자의 궤적은 결정론적이지만 실제의 실험상황에서는 검출되지 않는다.

인과적 해석에서는 왜 입자의 궤적이라는 개념을 그렇게 고수하는 것일까? 이 논문에서는 이러한 질문에 답하는 과정에서 물리량이라는 개념이 지니는 이중적 역할에 주목한다. 대개 관측가능량(Observable)이라 부르는 물리량은 역할 면에서 ‘검출가능량’(Detectable)과 ‘계산가능량’(Calculable)으로 나뉜다. ‘계산가능량’의 전형적인 예가 드브로이와 보姆의 인과적 해석에서 중요한 역할을 하는 입자의 궤적임을 보이고자 한다. 이를 통해 양자역학의 인과적 해석에서 입자의 궤적이 왜 반드시 도입되어야 한다고 말하는지 밝힐 것이다. 나아가 드브로이-보姆의 이론에서 입자의 궤적이 실재성을 지니는지 검토함으로써, ‘계산가능량’의 실재성에 대한 논의를 위한 출발점을 마련하고자 한다.

다음 절에서는 양자역학의 인과적 해석의 구체적인 내용을 살펴본다. 이것은 이후의 논의를 위해 표준적인 형식이론과 주요 배경을 정리하는 성격을 지닌다. 3절에서는 물리량과 관측이 지니는 이중적인 역할을 루트비히의 논의를 출발점으로 삼아 논의한다. 이 과정에서 상태서술과 사건서술을 구분하고, 이 두 서술을 연결하는 해석규칙의 문제가 발생함을 메타동역학

의 틀 안에서 살펴본다. 이를 발전시켜 관측가능량이 검출가능량과 계산가능량의 이중적 역할로 구분됨을 논의한다. 4절에서는 인과적 해석에서 입자의 궤적이란 개념이 왜 고수되는지의 문제를 추정가능성의 개념과 연결시켜 논의한다.

2. 양자역학의 인과적 해석 또는 봄의 역학

1920년대에 양자역학은 초기양자이론의 성과를 바탕으로 한 하나의 원자이론으로 제기되었다. 특히 슈뢰딩거의 파동역학은 하이젠베르크 등의 행렬역학과 동등하면서도 원자 수준의 다양한 현상들을 탁월하게 설명해 내기 시작했다. 파동역학은 원자의 에너지 상태가 변하는 과정에서 나타나는 정수값들을 일종의 슈투름-류비유(Sturm-Liouville) 편미분방정식의 고유값으로 보는 것이었다.

슈뢰딩거의 파동역학은 드브로이의 물질파 아이디어를 발전시킨 것이다. 드브로이는 전자를 파동으로 기술하는 이론을 1923년에 발표했고 1924년에 이를 학위논문으로 완성했다. 1926년 슈뢰딩거는 아인슈타인의 논문을 통해 드브로이의 연구결과를 접할 수 있었다.¹⁾ 슈뢰딩거는 드브로이의 학위논문을 토대로 전자라는 파동에 대한 파동방정식을 포함하는 파동역학을 제안했다. 그러나 파동역학은 물리학적으로는 훌륭한 이론이었지만, 이 새로운 역학이 서술하는 대상이 무엇인지에 대해서는 해석상의 어려움이 나타났다. 슈뢰딩거 자신은 자신이 도입한 방정식의 풀이가 되는 함수 $\psi(x)$ 가 전하밀도를 나타낸다고 생각했으며, 마델룽이나 코른은 이를 유체 역학의 틀에서 해석하려 했지만, 이렇게 함수 $\psi(x)$ 를 기존의 다른 물리량과 연결시키려는 노력은 모두 적절하지 못함이 밝혀졌다.

1926년에 보른은 입자의 산란(흩어짐) 현상을 양자역학으로 서술하는 과정에서 파동함수의 절대값 제곱을 확률밀도함수로 해석하는 것이 가장 적

1) 상세한 역사적 전개에 대해서는 예를 들어 Jammer (1989) pp. 244-251 참조.

절하다고 제안했다. 보른의 해석은 원론적으로 말해서 슈뢰딩거의 파동함수가 물리적인 파동과 무관한 확률밀도함수라는 것에 해당한다. 보른 자신은 이 함수가 입자의 존재확률을 말해줄 뿐이며 양자역학이 서술하는 대상은 입자라는 견해를 갖고 있었다.

결국 빛의 본성을 둘러싸고 오래전부터 지속되어 온 파동설과 입자설의 논쟁이 전자에 대해서도 다시 발현한 셈이 되었다. 슈뢰딩거의 파동역학은 보른-하이젠베르크-파울리의 행렬역학과 달리 전자가 입자인가 아니면 파동인가 하는 문제를 처음부터 심각하게 제기하고 있었다.

드브로이는 1927년 솔베이 학회에서 파동역학에 나타나는 함수 $\psi(x)$ 가 이중적인 역할을 함을 지적했다. 즉 이 함수는 입자가 있을만한 위치를 말해 주기도 하지만, 또한 입자의 궤적에 힘을 가함으로써 궤적 자체에 영향을 주기도 한다는 것이다. 드브로이는 이를 마치 입자의 운동을 조종하는 파일럿과 닮았다는 의미에서 파일럿 파동이라 불렀다. 이것은 “입자인가 아니면 파동인가” 하는 질문에 대해 “입자 그리고 파동”이라고 답하는 것이라고 할 수 있다. 그러나 드브로이의 아이디어는 거의 반향을 얻지 못했고, 대부분의 물리학자들은 파일럿 파동의 의미를 더 탐구하지 않았고, 드브로이 자신도 더 이상 논의를 진전시키지 않으면서, 파일럿 파동은 서서히 잊혀졌다.

드브로이가 1927년 솔베이 학회 이후 25년 만에 다시 물리학계로 돌아온 것은 봄의 논문 덕분이었다. 1952년에 발표된 봄의 논문은 그 때까지 정립된 숨은 변수 이론 금지정리에 반례를 제시한 것으로 평가된다. 숨은 변수 이론은 현상론적 이론에는 나타나지 않는 숨은 변수를 도입하여 양자역학의 확률적 성격을 모두 설명하려는 연구프로그램이다. 숨은 변수 이론은 “상태 벡터와 함께 덧붙여지는 변수(숨은 변수)들의 값을 주면, 개개의 측정에 대해 (고전역학에서처럼) 정확한 결과를 결정할 수 있게끔 하는 그런 변수들이 있어서, 양자역학적 상태를 이 변수들로 규정되는 상태들의 통계적 앙상블로 간주할 수” 있게 하려 시도이다.²⁾

2) Bell (1966)

인과적 해석의 형식이론은 대개 슈뢰딩거의 파동방정식을 다른 형태로 쓰는 데에서 출발한다. 이것은 1952년에 봄이 처음에 자신의 이론을 숨은 변수 이론의 하나로 제시할 때 사용한 방법이다. 슈뢰딩거 방정식에서 풀이가 되는 복소수 값을 갖는 파동함수를 극형식 $\psi = R \exp(iS/\hbar)$ 처럼 두 실수값 함수로 고쳐 쓰면, 그 크기 $R(x, t)$ 의 제곱으로 정의되는 $\rho(x, t)$ 는 파동의 연속방정식을 만족시키며, 위상 $S(x, t)$ 는 확장된 해밀턴-야코비 방정식을 만족시킨다. ‘확장된’이란 말을 붙이는 까닭은 해밀토니안에 들어 있는 퍼텐셜 외에 대개 양자퍼텐셜이라고 부르는 또 다른 항이 있기 때문이다. 양자퍼텐셜은 $R(x, t)$ 로부터 정해진다. [상세한 것은 부록 참조].

고전역학에서 해밀턴-야코비 방정식은 원론적으로 입자를 서술한다.³⁾ 즉 보존법칙으로부터 해밀턴-야코비 방정식의 위상 S 를 완전히 소거하여 입자의 위치와 운동량에 대한 해밀턴 방정식으로 환원할 수 있다. 이것은 곧 뉴턴 방정식과 대등한 것이다. 물론 해밀턴-야코비 이론이 반드시 질점만을 서술하는 것은 아니다. 연속체나 고전마당에 대한 해밀턴-야코비 이론을 구성하는 것도 원리상 가능하다. 그러나 인과적 해석에서 나타나는 해밀턴-야코비 방정식은 양자퍼텐셜을 제외하면 질점역학에 직접 대응하는 형태이다. 따라서 위상 $S(x, t)$ 는 어떤 식으로든 입자의 운동을 서술하는 것으로 보아야 한다. 특히 $\vec{p} = \nabla S$ 와 같이 입자의 운동량을 정의하면, 해밀턴-야코비 방정식으로부터 고전적인 퍼텐셜과 양자퍼텐셜을 함께 받는 질점입자의 운동방정식을 유도할 수 있다. 이 운동방정식은 모양으로 볼 때 뉴턴의 운동방정식과 매우 유사하다. 그러나 이를 단순히 양자퍼텐셜에 의한 또 다른 힘을 받는 고전적인 입자의 운동방정식으로 해석해서는 안 된다. 양자퍼텐셜은 모양만 같다면 그 크기가 영향을 주지 않는다는 점을 특징으로 한다. 따라서 양자퍼텐셜은 고전적인 퍼텐셜과 달리 무한히 먼 곳에서 그 크기가 줄어들지 않아도 무방하다. 따라서 양자퍼텐셜은 반드시

3) 고전역학의 해밀턴-야코비 이론에 대한 상세한 설명은 가령 José & Saletan (1998) pp. 284-381 참조.

국소적일 필요가 없다. 이 때문에 양자퍼텐셜의 비국소성이야말로 양자역학이 고전역학과 다른 근본적인 차이라고 볼 수도 있다.⁴⁾

한편 연속방정식이 서술하는 것은 파동이다. 파동의 연속방정식을 만족시키는 $\rho(x, t)$ 를 반드시 확률밀도함수로 해석해야 하는 것은 아니며, 이를 드브로이가 제안했던 파일릿 파동으로 해석할 수 있다. 표준적인 양자역학에서는 파동함수가 실제의 파동을 서술하지 않으며, 보른의 해석규칙에 따라 입자의 존재확률을 말해준다고 본다. 따라서 인과적 해석을 표준적인 양자역학에 걸맞게 만들기 위해서는 $\rho(x, t) = |\psi(x, t)|^2$ 가 확률밀도함수를 나타낸다고 가정해야 한다. 이 확률은 고전적 확률이다. 더 나아가 어느 특정 시각에 $\rho(x, t_0) = |\psi(x, t_0)|^2$ 와 같이 확률밀도함수가 파동함수의 절대값 제곱으로 정해진다면, 시간이 흘러도 언제나 $\rho(x, t) = |\psi(x, t)|^2$ 가 성립해야 한다고 가정해야 한다. 후자의 가정은 ‘양자평형가설’이라 부른다.

여기에서 당장 의문이 떠오른다. 양자역학은 내재적으로 확률적인 이론이므로 확률분포가 어떻게 주어지는지 말하고 있는 것이 당연한 일이지만, 인과적 해석은 철저하게 결정론적인데도 확률분포가 필요한 까닭이 무엇일까? 인과적 해석에서 확률적 접근을 해야 한다면 그 확률변수는 무엇일까? 그에 대한 답은 입자들의 초기 위치이다. 만일 입자의 초기 파동함수를 정확히 알고 있다면, (A3)식과 (A4)식, 또는 (A8)식과 (A9)식을 풀어서 미래의 상태를 완전히 알 수 있을 것이다.⁵⁾ 그러나 인과적 해석에서는 초기 파동함수가 주어지더라도 입자들의 초기 위치를 알 수 없다고 본다. 그에 따라 입자들의 초기 위치는 일종의 숨은 변수로 작용한다. 숨은 변수 이론의 목표는 상태 벡터에 숨은 변수를 추가로 부과하여 (1) 측정 과정은 결정론적이면서도 (2) 그 숨은 변수에 대해 통계적 양상들을 취한 것이 양

4) 하지만 이러한 견해는 잘못된 것이다. 왜냐하면 인과적 해석은 양자퍼텐셜을 전혀 도입하지 않고도 구성할 수 있을 뿐더러 양자퍼텐셜을 비국소적으로 선택할 수 있다는 것이 곧 비국소성의 필연성을 의미하지 않기 때문이다. 더 상세한 것은 Dürr et al. (1996), Goldstein (2001) 등 참조.

5) (A3)식 등은 논문의 부록 1에 있는 상세한 수식 전개를 가리키며, 이후에도 모두 그러하다.

자역학의 상태가 되게끔 하는 것이므로, 봄이 제시한 인과적 해석은 이 목표를 정확히 달성한 셈이 된다. 중요한 것은 이렇게 정의한 확률밀도함수는 통계역학의 경우처럼 결정론적인 미시상태에 대한 평균으로 주어진다. 결국 인과적 해석은 입자의 초기 위치를 숨은 변수로 하여 양자역학을 결정론적으로 이해할 수 있음을 보인 것이다.

요컨대 인과적 해석은 슈뢰딩거 방정식을 파일럿 파동과 입자의 운동방정식으로 바꾸고, 파일럿 파동을 통계적 앙상블을 나타내는 확률밀도함수로 재해석함으로써 양자역학의 표준적 정식화를 구현하는 것이라 요약할 수 있다. 그러나 인과적 해석이 고전역학과 일치하는 것은 아니다. 왜냐하면 입자의 운동방정식에 대단히 특별해 보이는 양자퍼텐셜 항을 도입해야 하기 때문이다. 양자퍼텐셜의 의미만 분명히 한다면 양자역학의 표준적 해석에서 제기되는 개념적 혼란은 모두 피할 수 있다는 것이 인과적 해석을 지지하는 논자들의 주장이다.

인과적 해석에서 자주 거론되는 계산결과 중 하나는 필리피디스 등이 입자의 초기위치를 가우스 분포로 가정하고 두 틸새를 통과하는 입자의 궤적을 구한 것이다.⁶⁾ 입자의 궤적은 파동함수의 영향을 받아 초기위치에 따라 달라져서 스크린에서 간섭무늬를 만들 수 있게끔 조정된다. 이와 같은 간섭 현상은 단일한 전자를 사용한 두 틸새 실험에서 실제로 확인되기 때문에, 필리피디스 등의 계산은 중요한 의미를 갖는다.⁷⁾ 토노무라 그룹의 실험결과는 전자회절무늬가 여러 개의 전자들이 서로 상호작용한 결과가 아님을 잘 보여준다. 직관적으로 볼 때, 전자들은 하나씩 두 틸새 중 어느 하나를 통해 움직이지만, 이러한 전자들이 여러 개 있으면 결과적으로 간섭무늬가 생겨나며, 이러한 간섭무늬는 양자퍼텐셜을 통해 파동함수로부터 정해진다고 말하는 것이 자연스럽다. 따라서 인과적 해석에 따라 계산한 결과가 개별 입자들의 운동으로부터 간섭무늬를 만들 수 있음을 말해준다면, 인과적 해석은 상당히 타당한 접근이라고 생각할 수 있을 것이다.

직관적인 면에서 인과적 해석은 양자역학의 고유한 개념적 난점을 별로

6) Philippidis et al. (1972)

7) Tonomura et al. (1989)

건드리지 않으면서도 실험실에서 확인할 수 있는 중요한 현상들을 모두 이해할 수 있게 해 주는 것처럼 보인다. 그러나 드브로이-봄의 이론을 하나의 동역학 이론으로 본다면, 비단 그 이론 자체만이 아니라 양자역학과 동역학 일반에 대해서도 새로운 통찰을 얻을 수 있다.

그런 맥락에서 주목할 점은 인과적 해석에서 양자퍼텐셜을 반드시 도입해야 하는 것은 아니라는 사실이다. 뒤르 등은 양자퍼텐셜의 개념을 전혀 도입하지 않는 인과적 해석의 형식이론을 제시했다.⁸⁾ 표준적인 양자역학의 정식화에서는 슈뢰딩거 방정식을 충족시키는 파동함수가 상태에 대한 완전하게 서술한다고 가정한다. 인과적 해석은 이와 달리 상태의 완전한 서술을 위해서는 파동함수 ψ 와 입자들의 위치 $(Q_1, \dots, Q_N)$ 가 주어져야 한다고 가정한다.

파동함수 ψ 의 시간적 변화를 규정하는 (B1)식은 표준적인 양자역학 정식화의 슈뢰딩거 방정식과 근본적으로 같다.⁹⁾ 따라서 인과적 해석을 표준적인 양자역학과 다르게 하는 것은 입자들의 위치 $(Q_1, \dots, Q_N)$ 의 시간적 변화를 규정하는 (B2)식과 (B3)식이다. 이는 입자의 위치에 대한 운동방정식이다. 일반적으로 이 두 식을 ‘길잡이 방정식’이라 한다. 길잡이 방정식을 풀기 위해서는 슈뢰딩거 방정식의 풀이를 먼저 구해야 하며, 그 풀이를 (B3)식에 대입하여 이를 (B2)식의 우변에 대입한 뒤 적분해야 한다. 그런데 1차 미분방정식인 (B2)식을 적분하기 위해서는 초기값이 주어져야 한다. 인과적 해석에서는 입자의 초기위치는 알 수 없는 것으로 보고, 입자의 초기위치에 대한 통계적 앙상블이 곧 양자역학적 서술이라고 본다.

8) Dürr et al. (1996). 더 상세한 것은 부록 1의 (B) 참조. 이후 우리의 논의는 양자퍼텐셜 없는 인과적 해석을 주된 대상으로 삼는다.

9) 각주 5 참조.

3. 물리량과 관측의 이중적 역할

가. 물리량의 의미와 물리학 이론의 공리적 구성

양자역학 이전의 물리학에서 방정식은 언제나 원론적으로 측정할 수 있는 양들을 다루는 것으로 이해되었다. 뉴턴의 운동방정식을 비롯하여 경험적 법칙을 나타내는 수식들은 모두 측정할 수 있는 양들 사이의 정량적 관계를 나타내는 것으로 여겨졌다.

엄밀한 과학으로서 물리학이 가지는 가장 중요한 특징은 물리량(physical quantity)의 값을 정량적으로 예측하고 실험을 통해 이를 확인하는 과정이다. 따라서 물리학 교과서는 가장 먼저 물리량의 단위에 대한 고찰로 시작하기 마련이다. 물리량은 수학적으로 대개 실수값 함수로 표현된다. 종종 한 쌍의 물리량을 묶어 복소수로 표현하는 경우도 있지만 이는 단순히 수학적 편의를 위한 것이다. 벡터량의 경우에도 원론적으로는 스칼라량과 마찬가지로 실수를 치역으로 하는 함수이다. 그런데 실제로 실험실에서 확인할 수 있는 값은 실수가 아니라 기껏해야 유리수이며, 또한 대부분의 경우에는 실험의 오차가 있기 때문에, 물리량의 값은 어떤 특정 범위 안에 있는 것으로 서술된다.

이제 이와 같은 상황을 더 체계적으로 정리해 보자. 고전물리학에 국한한다면 물리량은 수학적으로 실수값 함수를 써서 나타낸다고 하면 충분할 것으로 보인다. 그러나 상황은 그리 단순하지 않다. 양자역학이 등장하면서 방정식에서 사용하는 물리량의 의미가 달라지기 시작했다. 특히 동역학의 상황을 고려하면 이보다 더 다듬어진 체계가 필요하다. 실험실의 측정은 이중적인 역할을 한다. 하나는 측정하는 물리량의 값이 예상과 잘 맞는 지 확인하는 것이고, 다른 하나는 그 측정을 통해 다음 측정의 결과가 어떻게 될지 알 수 있는 토대를 마련하는 것이다. 동역학에서는 서술대상이 시간이 흐름에 따라 변화한다는 것을 기본 전제로 삼고 있다. 따라서 물리량의 측정은 단순히 그 물리량의 값만이 아니라 대상이 어떤 상태에 있는 지도 알 수 있게 해 주어야 한다. 이러한 직관적 이해를 바탕으로 물리량의 의미를 더 체계적으로 이해해 보자.

물리량과 관측의 의미를 이해하는 데 유용한 접근이 루트비히가 전개한 물리학 이론의 공리적 구성이다.¹⁰⁾ 루트비히는 물리학 이론을 엄밀한 공리적 기초 위에 놓으려 했으며, 물리학적 이론(Physikalische Theorie, PT)의 일반적인 구조로서, 다음과 같은 세 가지의 구성요소를 제시했다.¹¹⁾

- (i) 수학적 형식이론(Mathematische Theorie, MI) : 수학적으로 공리적 기초가 가능한 이론
- (ii) 세계 영역(Welt, W, domain of reality) : 수학적 형식이론이 기술하고자 하는 대상
- (iii) 대응원리(MAP, a set of mapping principles) 또는 해석(interpretation)

이 중에서 연결원리(MAP)는 실제의 영역과 수학적 형식이론을 대응시키는 규칙으로서, 흔히 수학적 형식이론(MI)의 ‘해석’(interpretation)이라 불린다. 양자역학에서 부딪히는 여러 난점들은 주로 이 해석(MAP)에 있다. 물리이론(PT)의 공리적 기초를 제대로 찾아낸다면, 해석상의 여러 난점들은 최소로 줄어들 것이다.

루트비히의 전략은 수학적 이론(MI)을 최대한 엄밀하게 구성한 뒤에, 적절한 대응원리(MAP)를 찾아냄으로써 물리이론(PT)을 완성하려는 데에 있다. 수학적 이론은 공리적 기초가 될 수 있다. 이 말은 모든 수학적 이론(MI)은 물리이론(PT)에서 떨어져서 그 자체로 연구될 수 있다는 이상을 의미한다. 그 뒤에 적절한 대응원리(MAP)를 찾기 위해 루트비히가 택하는 방법은 다음과 같은 그의 언명에서 찾아볼 수 있다.¹²⁾

“우리는 대응원리라는 개념 속에는 무엇인가가 대응된다는 점이 내재함을 강조하고자 한다. 우리가 내세우는 유일한 요구는 이 대응되는 무엇인가(what is being mapped)가 별도로 새로운 이론을 필요로 하지 않는 실험과 경험으로 표현될 수 있어야 한다는 것이다.”

10) Ludwig (1978), (1983)

11) 이와 관련된 논의로 가령 Giuntini (1991) pp.1-8, Hughes (1989) 참조

12) Ludwig (1983) p. 3

그러나 루트비히가 말하는 ‘이론에 앞선 경험’이 곧 매개 없는 직접경험으로서의 실험을 가리키는 것은 아니다. 루트비히의 ‘실험’이란 단순히 실험물리학자들이 말하는 실험과 본질상 같다. 즉, 이 이론에 앞선 경험은 모든 이론에 앞선 경험이 아니라, 지금 관심이 되는 새로운 이론에 앞선 경험이다. 이를 루트비히는 ‘기초영역’(fundamental domain)이라 지칭한다. 이 ‘기초영역’이 새로운 이론의 도움으로 세계 영역(domain of reality)으로 확장되는 것이다.

“그러므로 우리가 양자역학을 공리적 기초로 정식화하고자 한다면, 우리는 실험물리학자들이 단일한 미시계를 가지고 수행하는 실험이라 부를 만한 것으로 시작할 밖에 도리가 없다.”¹³⁾

물론, 여기에서 ‘미시계’라는 말은 양자역학이 거시적인 대상에 적절하지 않다는 소박한 관찰의 반영일 뿐이며, ‘단일한’이란 말은 엄밀하게 말하자면 틀린 수식어이다. 양자역학에서의 실험은 정말로 단 하나의 대상계에 대한 실험이 아니라, 충분히 많은 수의 일련의 대상계, 즉 앙상블(Systemgesamtheit)에 대한 실험이다. 그러나 여러 대상계에 대한 실험을 단일한 대상계에 대한 실험으로 간주하기 위해서는 모든 대상계를 똑같도록 준비해야 한다. 이렇게 여러 대상계를 똑같다고 말할 수 있기 위해서는 그 대상계에 특정의 ‘준비과정’(preparation procedure)을 대응시킬 수 있어야 한다. 이 ‘준비과정’에서는 여러 가지 실험적 방법과 실험장치들이 사용된다. 그러나 이 실험적 방법이나 실험장치들은 양자역학의 지식 없이도 마련되어야 하므로, ‘준비과정’은 양자역학의 ‘기초영역’에 속한다.

이렇게 마련된 미시계를 가지고, 미시계의 구조를 살펴보기 위해서는 다시 이 미시계에 두 번째 장치를 들이대어야 한다. 그러나 이 두 번째 장치 역시 양자역학과는 무관하게 서술되어야 하므로, 양자역학의 ‘기초영역’에 속하는 이 두 번째 실험장치는 어떤 물리량의 ‘측정장치’(measuring apparatus)가 아니라 단순히 ‘기록장치’(registration apparatus)에 지나지 않는다. 실험장치에

13) Ludwig (1983) p. 5

나타나는 실험결과는 아직 양자역학과는 무관한 단순한 숫자일 뿐이다.

루트비히는 이러한 논의를 바탕으로 어떤 실험에 대한 모든 실험적 배열이 '준비장치'(준비과정)와 '기록장치'로 구성됨을 주장한다. 그러나 일련의 실험적 배열에서 어디까지가 '준비장치'이고 어디부터가 '기록장치'인지는 임의적이다. 중요한 것은 준비장치와 기록장치가 결정이 되고 나면, 그로부터 우리가 얻어낼 수 있는 실험결과의 값은 통계학적으로 확정된다는 점이다. 이 때 준비장치(준비과정)에 해당하는 것을 대상계의 '상태'라 하고, 기록장치에 나타나는 것을 '사건'이라 하자. 이와 같이 물리량의 측정은 '상태'의 준비와 '사건'의 기록이라는 이중적 의미를 지닌다.

나. 사건서술과 상태서술

루트비히의 접근에 따르면, 물리학 이론의 공리적 기초를 위한 출발점은 실험실에서 실험물리학자가 대상에 대해 수행하는 실험이다. 우리는 이것을 '사건'(event)이라 부르겠다. 동역학적 서술의 목적이 '동역학적 서술대상'으로부터 '동역학적 서술주체'가 '정보'를 얻는 것이라면, 이 '정보'는 대상에 이러저러한 작용(operation)을 가함으로써 얻는 '사건'으로부터 동역학적 서술주체가 대상에 관한 지식을 얻는 것에 해당한다. 실험물리학자는 실험을 통하여 동역학적 서술대상으로부터 일련의 숫자로 되어 있는 '정보'를 얻는데, 이것을 '측정값'이라 한다. 이 측정값은 대상에 대해 동역학적 서술이 부여하는 일련의 물리적 성질(physical properties) 또는 물리량(physical quantities)에 대한 정보이다.

따라서 구체적으로 '사건'은 다음과 같이 정의할 수 있다.¹⁴⁾

사건 $[A]' = a \leftrightarrow$ 동역학적 서술대상에 대하여, 물리적 성질 A를 일련의 측정조작을 통해 측정하였더니, 측정장치의

14) 이 글에서 말하는 '사건'은 단순한 '측정결과'와는 구분된다. 양자역학에 대한 철학적 논의에서 줄곧 간과되어 온 것이 바로 '측정결과'를 산출하는 과정에 개입하는 맥락이다. 즉 구체적으로 어떤 물리량에 관심을 두는지, 어떤 측정조작을 통해서 어떤 측정장치를 사용하는지 등까지 포함된 개념이 이 글에서 말하는 '사건'이다.

눈금이 값 a 를 가리켰다.

그런데 제대로 된 틀을 갖추고 있는 동역학이라면 이와 같은 사건의 서술만으로 되어 있지 않다. 단지 이러한 서술들을 나열할 뿐이라면 동역학이라 말할 수 없을 것이다. 동역학은 사건의 서술을 넘어서선 요소들을 담고 있다. 동역학은 이론이 서술하고 있는 대상이 시간이 흐름에 따라 변화하고 있다는 것을 기본적인 전제로 삼고 있다. 동역학의 가장 본질적인 과제는 현재의 '사건'으로부터 미래 어느 시점의 '사건'을 예측하는 것이지만, 단순히 사건들을 나열해 놓는 것만으로는 이와 같은 과제를 해결할 수 없다. 이를 위해 동역학이 채택하는 개념이 '상태'이다. 상태의 의미가 분명해지는 것은 동역학의 맥락에서이며, 이것을 가장 자연스럽게 보여주는 틀이 메타동역학이다. 메타동역학에 따르면 모든 동역학은 다음과 같은 요소를 가지고 있다.¹⁵⁾

$$D = \langle (T; R/G), \text{CHAR}, F/G, \text{EOM}, \text{RULE} \rangle$$

여기에서 $(T; R/G)$ 는 시간과 공간에 대한 규정을 가리키며, CHAR은 서술대상에 대한 동역학적 특성을, F/G 는 상태들의 모임인 상태공간을, EOM은 상태변화의 법칙을, RULE은 상태와 사건의 연관규칙을 가리킨다. RULE은 해석규칙이라고도 한다.

가령 고전역학이라는 동역학은 양의 실수로 정의되는 시간과 3차원 유클리드 공간 위에 구성되는데, 그 서술대상의 주어진 요소인 동역학적 특성은 해밀토니안(또는 라그랑지안)으로 표현할 수 있다. 이것은 대개 질량과 퍼텐셜(또는 힘)을 함께 규정하는 것과 마찬가지이다. 해밀턴 정식화에서 상태공간은 위치와 운동량(또는 속도)의 값들로 이루어져 있는 위상공간으로 주어진다. 이렇게 규정된 상태가 어떻게 변화하는지 말해 주는 법

15) 이러한 기본요소들은 고전동역학은 물론 전기동역학, 양자동역학, 상대론적 질점역학, 양자장이론, 일반상대성이론 모두에 적용되는 보편적인 요소로 여겨진다. 이에 대하여 더 상세한 것은 김재영 (2001) 참조

칙이 곧 해밀턴 방정식(또는 오일러-라그랑주 방정식)이다.

모든 동역학에 수반하는 해석규칙 RULE은 상태와 사건이 어떻게 연관되는가를 명시하는 규칙이다. RULE은 좁은 의미의 형식이론에는 담겨 있지 않으며, 형식이론의 바깥에서 그리고 형식이론을 넘어서서 별도로 부과되어야 하는 요소이다. 동일한 형식이론에 대해서도 RULE을 어떻게 다르게 선택하는가에 따라 다른 동역학이 된다. 일반적으로 어느 특정의 동역학의 RULE에는 다음과 같은 요소들이 반드시 포함되어 있어야 한다.

- (a) **물리적 성질(물리량)에 대한 규정:** 그 동역학에서는 수학적으로 (즉 형식이론 상으로) 물리량을 어떻게 표현하며, 어떤 물리량이 있는지 등에 대해 모호함 없이 말하고 있어야 한다.
- (b) **사건에 대한 규정:** 그렇게 규정된 물리량에 대해 발생할 수 있는 사건이 어떠한지를 명확하게 말해 주어야 한다. 여기에는 사건에 대한 수학적 기술 방식도 말해 주어야 한다.
- (c) **상태로부터 사건을 예측할 수 있는 방식에 대한 규정:** 동역학의 형식이론에서 산출된 상태를 알 때, 앞에서 규정한 사건에 대해 무엇을 말할 수 있는지 정해 주어야 한다.
- (d) **사건으로부터 이후의 상태를 '할당'하는 방식에 대한 규정:** 역으로, 새로운 동역학 서술을 위해, 발생한 사건이 이후의 상태를 어떻게 규정하는지가 분명해야 한다.

이를 도식화하여 나타내면 그림 1과 같다. 여기에서 [사건1]로부터 [상태1]을 할당하는 방식은 RULE의 (d) 항목에 해당하며, [상태2]에서 [사건2]를 예측하는 방식은 RULE의 (c) 항목에 해당한다.

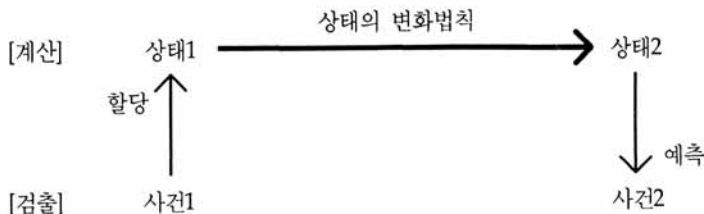


그림 1. 해석규칙(RULE)의 의미

이와 같은 RULE의 요소들이 양자역학에서는 다음과 같은 형태로 주어진다.

(양자역학의 RULE)

- (a) **물리량의 정의:** 물리량 A 에 대하여 힐버트 공간에서 작용하는 선형(자기수반) 연산자 $\hat{A}$ 가 대응된다.
- (b) **사건의 정의:** 그 물리량이 관측되는 값은 $\hat{A}$ 의 고유값 중 하나 a 가 된다.
- (c) **상태 → 사건:** 대상계의 상태가 벡터 ψ 로 기술될 때, 관측결과가 특정 고유값 a 가 될 사건의 확률은

$$\Pr(a|\psi) = |\langle \varphi_a | \psi \rangle|^2$$

단, φ_a 는 $\hat{A}\varphi_a = a\varphi_a$ 로 정의되는 고유값 a 의 고유벡터이다.

- (d) **사건 → 상태:** 측정을 통해 관측값 a 를 얻는다면, 이제 대상의 새로운 상태는 이 고유값에 대응하는 고유벡터인 φ_a 로 할당한다.

양자역학에서 물리량을 자기수반 연산자로 표현하는 까닭은 이와 같은 RULE, 즉 상태와 사건의 연관규칙을 세우는 가장 자연스러운 방식이기 때문이다.¹⁶⁾ 자기수반 연산자는 측정에 나타나는 두 가지 역할, 즉 상태의 준비와 실험값의 기록이라는 역할을 잘 표현하는 수학적 장치이다. 상태의 준비는 고유벡터 φ_a 와 관련되며, 실험값의 기록은 고유값 a 와 관련된다. 사건서술은 관측값의 기록이라는 역할에 국한되지 않고 동시에 상태의 규정이라는 역할을 수행해야 한다. 고전역학에서와 달리 양자역학에서는 물리량에 어떤 함수를 대응시키는 것만으로 사건서술과 상태서술을 모두 할 수 없다. 이와 달리 힐버트 공간에서 작용하는 연산자는 관측값이라는 사

16) 자기수반 연산자는 힐버트 공간에서 정의되는 에르미트 수반에 대해 $A=A^\dagger$ 와 같이 그 자신이 에르미트 수반과 같은 연산자를 가리킨다. 에르미트 수반 또는 에르미트 켤레는 일반적으로 $(\psi, A\psi) \equiv (A^\dagger \psi, \psi)$ 로 정의된다. 여기에서 $(\cdot, \cdot)$ 는 힐버트 공간에 정의되어 있는 안쪽곱(내적)이다. 만일 $(\psi, A\psi) \equiv (A\psi, \psi)$ 이면 연산자 A 를 에르미트성(hermitian)이라 하고, $A=A^\dagger$ 이면 자기수반이라 한다. 따라서 에르미트성 연산자는 언제나 자기수반 연산자이다.

건의 서술과 그와 직접 연결된 상태의 서술을 동시에 할 수 있는 훌륭한 수학적 장치이다. 특히 자기수반 연산자는

$$\hat{A} = \sum_a a P[\phi_a]$$

라는 빛띠분해정리(spectral decomposition theorem)의 표현을 통해 사건 [즉 a 라는 관측값]과 상태[즉 ϕ_a 라는 새로운 상태벡터]를 자연스럽게 동시에 서술하고 있다. 상태서술과 사건서술을 이와 같이 연결하는 규칙은 마침 대상계의 상태가 측정하려는 물리량의 고유상태에 있는 경우도 잘 표현한다. 양자역학의 RULE (c)에서 대상계의 상태가 물리량 A 의 수학적 표현인 연산자 $\hat{A}$ 의 고유상태 중 하나인 ϕ_b (즉 고유값 b 에 대응하는 고유상태)에 있었다면,

$$\Pr(a|\psi) = |\langle \phi_a | \phi_b \rangle|^2 = \begin{cases} 1, & a=b \\ 0, & a \neq b \end{cases}$$

이므로 가능한 사건은 물리량 A 의 값이 b 가 되는 경우뿐이다.

그러나 고전역학에서는 사건의 서술뿐 아니라 상태의 서술도 관측값을 써서 하고 있기 때문에 관측의 두 가지 역할이 명료하게 구분되지 않는다. 게다가 위치와 운동량 이외의 물리량을 관측하는 사건을 서술할 때에도 그것이 단순히 위치와 운동량의 함수로 주어지기 때문에 상태서술과 사건서술이 혼동되는 경우가 많다. 이것을 더 분명하게 보기 위해 고전역학의 RULE을 정리해 보자.

(고전절점역학의 RULE)

- (a) 물리량의 정의: 물리적 성질 A 는 수학적으로 위상공간 Γ 을 정의역으로 하는 실수값 함수에 대응된다.

$$\begin{aligned} \tilde{A} : \Gamma &\rightarrow \mathbb{R} \\ (q, p) &\mapsto \tilde{A}(q, p) \end{aligned}$$

- (b) 사건의 정의: 측정을 수행한다면, 물리적 성질 A 의 측정값은 이 함수 $\tilde{A}$ 의 치역의 한 값이 된다.

- (c) 상태 $\rightarrow$ 사건: 상태 (q, p) 에 있다고 기술되는 동역학적 대상에 대하여 물리적 성질 A 를 측정했을 때 그 값은 언제나 $\check{A}(q, p)$ 가 된다.
- (d) 사건 $\rightarrow$ 상태: 측정을 통해 $\check{A}$ 의 치역의 한 값 a 를 얻는다면, 이제 대상의 상태는 $\check{A}^{-1}(a)$ 로 기술되는 것으로 한다. 즉, 대상에 상태 $\check{A}^{-1}(a)$ 를 할당한다.

여기에서는 굳이 상태의 서술과 사건의 서술을 구분하여 다루었지만, 실제적인 과정에서는 곧잘 이러한 구분을 잊기 쉽다. 예를 들어 A 가 각운동량이라는 물리량이라고 하자. 이 물리량의 개념과 수학적 표현은 상세한 내용을 다룰 필요는 없으며, 현재 논의의 맥락에서는 단순히 $A = mqp$ 와 같은 함수로 표현된다고 하면 충분하다. 여기에서 m 은 대상에 할당되는 질량이고, q 와 p 는 각각 위치와 운동량의 값이다. 각운동량을 구체적으로 어떻게 측정할 것인가 하는 문제는 고려할 필요가 없다. 만일 측정 직전의 상태가 가령 $(q, p) = (3, -8)$ 이었고, 질량이 $m = 2$ 라면, 각운동량의 값은 $A = 2 \times 3 \times (-8) = -48$ 이 되리라 예측할 수 있다. 이 예측은 확률적인 것이 아니기 때문에 언제나 이 값만이 나타날 것이다. 그 뒤에도 상태는 달라지지 않고 여전히 $(q, p) = (3, -8)$ 이다. 따라서 위에서 말한 RULE은 단순히 $A = mqp$ 라는 함수 하나만으로 모두 갖추어진다. 이와 같이 고전역학에서는 계산을 통해 얻을 수 있는 것과 실험을 통해 검출할 수 있는 것이 사실상 같다. 다시 말해서 고전역학에서는 상태서술의 방식과 사건서술의 방식이 실질적으로 겹쳐 있다.¹⁷⁾ 결국 RULE에서 양자역학이 고전역학과 근본적으로 다른 가장 중요한 요소는 양자역학에서 물리량의 수학적 서술만으로는 상태서술과 사건서술을 동시에 할 수 없고 상태서술을 위해 다른 방식(힐베르트 공간의 벡터)을 도입해야 한다는 점이다. 그러면 인과적 해석에서는 상태서술과 사건서술이 어떤 식으로 이루어질까? 인과적 해석에서 상태는 파동함수 ψ 의 값뿐 아니라 입자의 위치 $(Q_1, \dots, Q_N)$ 의 값을 모두 지정해 주어야 비로소 완전하게 서술된다. 그

17) 엄밀하게 말하면 여기에서 말하는 물리량은 위치와 운동량이다.

러므로 상태변화의 법칙 *EOM*도 이 두 값의 변화를 규정하는 방정식들로 구성된다. 이 방정식을 풀면

$$(\psi, Q_1, \dots, Q_N)_{t_0} \mapsto (\psi, Q_1, \dots, Q_N)_{t_1}$$

과 같이 상태의 변화를 알 수 있게 된다. 그런데 (B2)식에서 볼 수 있듯이 입자의 위치 $(Q_1, \dots, Q_N)$ 을 정하는 방정식은 ψ 에 의존하는 반면, 파동함수 ψ 의 방정식은 $(Q_1, \dots, Q_N)$ 와 독립적이다. 따라서 상태의 변화는 그다지 단순하지 않다. 한편 인과적 해석에서는 입자의 초기위치 $(Q_1, \dots, Q_N)_{t_0}$ 는 원천적으로 알 수 없다고 가정하기 때문에, 이 상태변화 법칙은 개념적일 뿐이다.

사건서술의 경우는 다소 복잡하다. 인과적 해석에서는 입자의 위치가 특별한 의미를 갖는다는 점에 주목할 필요가 있다.¹⁸⁾ 벨은 물리량의 측정과 관련하여 다음과 같이 말하고 있다.¹⁹⁾

“물리학에서 우리가 고려해야 하는 유일한 관측은 위치의 관측, 특히 장치의 눈금이 어디에 있는가이다. 이 사실을 고려하지 않을 수 없게 된 것은 드브로이-봄의 서술이 주는 큰 이점이다. 다른 것의 ‘측정’에 관하여 정이나 정리 대신 공리를 만들려고 한다면, 중복된 일을 하는 셈이 되며 불일치에 빠질 우려가 있다.”

이 맥락에서 보자면, 어떤 의미에서 인과적 해석에는 위치 이외의 물리량에 대한 서술은 없다고 할 수 있다. 왜냐하면 인과적 해석에서는 장치의 눈금의 위치의 측정 또는 관측에 대해서는 말하고 있지만, 그 이외의 물리량에 대한 서술은 표준적인 양자역학과 똑같은 것으로 간주하기 때문이다. 인과적 해석에서는 표준적인 양자이론과 달리 측정의 과정에 대하여 투사 가설이나 파속붕괴를 가정할 필요가 없다. 측정은 대상계를 이루는 (입자+

18) 인과적 해석의 논자들 중에는 스핀에도 특별한 의미를 부여하는 사람들이 있지만, 이 글에서는 이를 논의하지 않겠다.

19) Bell (1987) 인용면 미확인.

파동)들과 측정장치를 이루는 (입자+파동)의 상호작용일 뿐이며, 궁극적으로는 측정장치를 이루는 입자들의 위치로부터 알 수 있는 눈금의 위치가 원하는 물리량의 값을 말해준다. 따라서 물리량에 대한 수학적 서술도 궁극적으로는 측정장치의 눈금을 이루는 입자들의 위치를 규정하는 것으로 충분하다. 가령 전자의 이중틈새실험을 생각하자. 여기에서는 측정하려는 물리량이 전자의 각운동량이라고 하자. 측정장치인 사진건판에는 알록달록한 간섭무늬가 나타난다. 이 간섭무늬가 인과적 해석에 따라 나타난 것이라 하자. 전자는 각운동량의 값이 얼마인가에 따라 두 틈새 중 어느 한 쪽을 지나서 특정의 궤적을 따라 움직인 뒤 사진건판에 도달할 것이다. 따라서 사진건판에 흔적을 남긴 위치를 정확히 재면 이로부터 전자의 각운동량 값을 역산할 수 있을 것이다. 이와 같은 상황을 정리하여 일반화하면 다음과 같은 RULE을 얻는다.

(인과적 해석의 RULE 1)

- (a) 물리량의 정의: 모든 물리량 A 는 측정장치의 눈금을 이루는 입자들의 위치 λ_a 의 함수 $f(\lambda_a)$ 로 서술된다.
- (b) 사건의 정의: 그 물리량이 관측되는 값은 $f(\lambda_a)$ 이다.
- (c) 상태 $\rightarrow$ 사건: 대상계의 상태가 $(\psi, Q_1, \dots, Q_N)$ 로 기술될 때, 관측결과가 특정값 $f(\lambda_a)$ 가 될 사건의 확률은 언제나 1이다.
- (d) 사건 $\rightarrow$ 상태: 측정을 통해 관측값 λ_a 를 얻었을 때 대상의 상태는 $(\psi, Q_1, \dots, Q_N)$ 으로 할당한다.

그런데 (RULE 1)이 적용될 수 있는 경우는 대상계의 상태가 완전하게 알려져 있을 때뿐이다. 가령 대상계나 측정장치의 입자들의 초기 위치가 완전하게 알려져 있지 않다면, 현실적으로 함수 $f(\lambda_a)$ 를 계산할 수 없을 것이다. 따라서 이와 같은 숨은 변수(입자들의 초기 위치)에 대해 확률적인 기술이 불가피하다. 이를 위해서는 측정상황에 대한 보충적인 서술이 필요하다. 뒤르 등(Dürr et al. 1996)에 따르면, 물리량을 POV 측도로 나타내는 것이 인과적 해석에서는 가장 자연스럽다. 이 경우에는 상태의 서술도

$(\psi, Q_1, \dots, Q_N)$ 대신 밀도연산자 ρ 로 할 수 있다. 밀도연산자는 결정론적인 숨은 변수를 포함하고 있으므로 순수상태를 나타내지 않는다. 실험에서 산출되는 결과들(즉 사건들)의 집합(사건공간)을 $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$, Ω 의 보렐 부분집합의 σ 대수를 $\mathcal{F}$, 힐버트 공간 $\mathcal{H}$ 에서 작용하는 유한한 노움의 연산자들의 집합을 $\mathcal{L}(\mathcal{H})$ 라 하자. 그러면 인과적 해석의 또 다른 RULE을 다음과 같이 정리할 수 있다.

(인과적 해석의 RULE 2)

(a) 물리량의 정의: 물리량 A 에 대하여 POV 측도

$$E_A: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{L}(\mathcal{H}) \text{가 대응한다.}$$

(b) 사건의 정의: 그 물리량이 관측되는 값은 $\Delta \in \mathcal{F}$ 가 된다.

(c) 상태 $\rightarrow$ 사건: 계의 상태가 양의 자국류 연산자 ρ 로 기술될 때, 관측결과가 Δ 가 될 사건의 확률은

$$\Pr_{\rho}^E: \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$$

$$\Delta \mapsto \text{tr}(\rho E_A(\Delta))$$

(d) 사건 $\rightarrow$ 상태: 측정을 통해 관측값 Δ 를 얻는다면, 이제 대상의 새로운 상태는 ρ 로 할당한다.

여기에서 강조해야 하는 것은 사건의 확률분포 $\Pr_{\rho}^E(\Delta) = \text{tr}(\rho E_A(\Delta))$ 가 표준적인 확률이론에 따른다는 점이다. 다시 말해서 이와 같은 확률분포가 나타나는 까닭은 숨은 변수를 알 수 없기 때문이며, 숨은 변수의 확률분포는 표준적인 확률이론에 따라 주어진다.

인과적 해석을 표준적인 양자역학과 비교하기 위해서는 표 1과 표 2처

표 1. 양자역학과 인과적 해석의 상태서술과 사건서술 (RULE 1의 경우)

	상태서술	사건서술
표준적인 양자역학	ψ	입자의 위치를 포함한 모든 물리량
양자역학의 인과적 해석	$(\psi, Q_1, \dots, Q_N)$	측정장치 입자의 위치 λ_a

표 2. 양자역학과 인과적 해석의 상태서술과 사건서술 (RULE 2의 경우)

	상태서술	사건서술
표준적인 양자역학	ψ	입자의 위치를 포함한 모든 물리량
양자역학의 인과적 해석	$(\psi, Q_1, \dots, Q_N)$	입자의 위치를 제외한 모든 물리량

럼 단순화된 표가 유용하다. 표 1은 (RULE 1)에 상응하는데, 양자역학의 인과적 해석에서는 순전히 측정장치를 구성하는 입자의 위치만이 사건서술에 사용됨을 말하고 있다. 이것은 곧 측정장치의 눈금 λ_a 이다. 눈금 λ_a 가 측정장치를 구성하는 입자들의 위치 $(Q_1, \dots, Q_N)$ 과 실제로 어떻게 연결되는지 밝히는 것은 쉽지 않은 일이다. 그러나 개념적으로는 이들 사이에 모호함 없는 함수관계가 성립하리라는 것은 명백하다. 가장 단순한 예로서, $\lambda_a(Q_1, \dots, Q_N) = Q_i \delta_{ia}$ (δ_{ia} 는 크로네커 델타)와 같이 입자들의 위치가 바로 측정장치를 구성하는 입자들의 위치와 대응된다고 보는 경우도 있을 것이다.

한편 (RULE 1)보다 더 세련된 (RULE 2)의 함의는 자명하지 않지만, 이 경우에도 양자역학의 인과적 해석에서 입자의 위치가 사건서술이 아니라 상태서술에 들어간다는 점은 분명하다. (RULE 2)를 채택하는 경우에 상태서술과 사건서술은 표 2와 같이 주어진다. 이것은 대상계나 측정장치의 입자들의 초기 위치가 완전하게 알려져 있지 않은 경우이기 때문에, 사건서술에서 입자의 위치는 원칙적으로 제외된다. (RULE 2)에서 POV 측도를 사용하는 까닭은 가능한 사건들의 집합에 대해 숫자 또는 수의 구간을 대응시키고 여기에 다시 힐버트 공간에서 작용하는 연산자를 대응시키기 위함이지만, 측정장치의 입자들의 위치는 POV 측도가 아니라 상태를 기술하는 자국류 연산자를 구성하는 데 이용되므로, 입자의 위치는 사건서술을 위한 물리량이 아니다.

요컨대 인과적 해석에서는 표준적인 양자역학의 경우와 달리 입자들의 위치 $(Q_1, \dots, Q_N)$ 을 밝히는 것이 사건서술이 아니라 상태서술이며, 실제

적으로는 사건서술과 복잡하게 얽혀 있다. 이것은 표준적인 양자역학에서 상태서술과 사건서술이 명료하게 구분되는 것과 큰 차이를 보인다. 인과적 해석에서는 왜 이렇게 상태서술과 사건서술이 뚜렷하게 갈라지지 않는 것일까?

다. 검출가능량과 계산가능량

인과적 해석에서 상태서술과 사건서술이 명료하게 구분되지 않는 까닭을 밝히기 위해서는 고전역학의 RULE을 검토하는 것이 유익하다. 겉보기에는 그렇지 않은 것처럼 보이지만, 고전역학에서도 상태서술과 사건서술은 명료하게 구분해야 한다. 상태는 위치와 운동량의 값으로 정해지며, 사건을 서술하기 위한 물리량의 값은 위치와 운동량의 함수로 정해진다. 그러나 앞에서 지적했듯이 이것은 상태서술과 사건서술의 개념을 먼저 정리하고 그 관점에서 고전역학의 RULE을 살펴본 결과이다. 실제로 고전역학에서는 위치와 운동량의 값이 모든 것을 좌우한다고 해도 과언이 아니다. 이와 같이 특정 물리량의 값을 써서 상태를 서술하는 것은 고전역학에서 상태의 개념이 '궤적'이라는 형상화에 많이 의존하고 있기 때문이다.

궤적(軌跡)은 말 그대로 물체가 일정한 길을 따라 움직이면서 흔적을 남긴 것을 가리킨다. 허공 속에 던진 야구공이 포물선 모양을 그리며 움직이는 것도 궤적이고, 안개상자 속을 지나가는 입자가 그리는 곡선 모양도 궤적이다. 우리는 직관적으로 이와 같은 궤적을 통해 운동을 인지한다. 야구 선수가 야구공을 받아낼 수 있는 것은 현재의 궤적 모양에서 앞으로 어떤 위치에 있게 될지 재빨리 알아낼 수 있기 때문이다. 궤적 자체만을 보면 공의 위치가 모든 것을 말해 주는 것처럼 보일 수도 있지만, 여기에 덧붙여 공의 빠르기도 알 수 있어야 한다. 특정 순간에 찍은 스냅사진만 가지고는 공이 어디로 튈지 알 수 없는 것과 마찬가지이다. 그런 점에서 공의 궤적이라는 것은 곧 현재의 순간에 공이 갖는 위치와 속도(또는 운동량)의 값과 동등하다.

인과적 해석에서 입자의 위치가 갖는 특별한 의미는 사건서술이 아니라 상태서술이라는 점이다. 봄은 왜 입자의 위치를 상태서술로 보게 되었을

까? 이에 대한 하나의 대답은 물리량의 관측이 갖는 이중적 성격을 강조하는 것이다. 앞에서 우리는 물리량의 관측을 이론적으로 묘사하기 위해서는 곧 관측을 위한 준비과정과 관측값의 기록을 모두 고려해야 함을 논의했다. 이 맥락에서 ‘관측가능한 양’(observable)이라고 부르는 물리량은 ‘검출가능한 양’(detectable)이라는 의미와 ‘계산가능한 양’(calculable)이라는 의미를 모두 갖는다는 점에 주목할 필요가 있다. ‘관측가능한’은 ‘관찰할 수 있는’이라고 번역할 수 있으며, 이 표현에서 관찰(觀察, observation)은 사실 대상을 건드리지 않으면서 대상으로부터 원하는 정보를 얻어내는 행위인 것 같은 뉘앙스가 있다. 게다가 ‘관측가능한’이라는 표현은 “어떻게든 관측을 위한 장치를 마련하고 연결해서 관측이라는 행위를 성립시킬 수 있는”이라는 의미를 담고 있기 때문에, 이 말의 반대는 “어떤 장치를 이용해서도 결코 관측할 수 없는”이 된다. 그러나 물리량은 “이러저러한 장치를 써서 그 값을 알아내고 검출할 수 있는 것”이므로, 이러한 점에서 물리량의 중요한 한 측면은 ‘검출가능한 양’(detectable)인지 여부이다.

그런데 물리량의 측정이 갖는 의미를 되새겨 본다면, 물리량은 “이러저러한 계산을 통해 측정의 결과를 예측할 수 있는 것”이기도 하다. 고전역학에서는 이것이 더 분명하다. 물리량을 실수값 함수로 표현한다는 것은 곧 계산을 통해 물리량의 값을 알 수 있으리라는 믿음을 전제한 것이다. 그런 의미에서 물리량은 곧 ‘계산할 수 있는 양’(calculable)이다. 이것은 현재의 조건을 이용하여 어떤 식으로든 미래의 값을 예상할 수 있다는 의미이다. 고전역학에서는 현재 위치와 운동량의 값 (q, p) 을 알면 이로부터 가령 각운동량 $A = mqp$ 의 값을 계산할 수 있다. 그리고 이렇게 계산된 값은 관측을 통해 검출하게 되는 값과 일치한다. 계산할 수 있는 양은 곧 검출할 수 있는 양과 같다. 이것을 가장 잘 대변하는 것이 바로 궤적의 개념이다.

계산가능량으로서의 물리량은 상태의 서술과 직접 연결된다. 계산가능한 양이라는 말에서 ‘계산한다’는 것은 그 물리량의 값을 계산한다는 것이지만, 그 계산을 위해서는 현재 대상의 상태가 무엇으로 서술되는지가 명확해야 한다. 고전역학에서는 상태가 위치와 운동량의 값으로 서술되기 때

문에, 이로부터 계산가능량으로서의 물리량을 계산하는 데에 아무런 어려움이 없다. 그러나 양자역학에서는 상태가 힐버트 공간의 벡터 ψ 로 서술되므로 이것만으로는 계산가능량으로서의 물리량을 계산할 수 없다. 즉 양자역학에서는 계산가능량이 직접 상태와 연결되지 않는다. 그 대신 (양자역학의 RULE)의 항목 (c)에서처럼 상태에서부터 사건을 계산하는 별도의 규칙이 주어진다.

이와 같이 양자역학에 이르러서는 계산할 수 있는 양과 검출할 수 있는 양이 반드시 일치하지 않게 된다. 계산가능한 것은 몇 가지의 선택적 가능성과 그에 대한 확률분포일 뿐이다. 검출가능한 양과 계산가능한 양이 일치하기 위해서는 그 확률분포가 특정한 값에 대해서만 확률 1이 되어야 한다. (고전역학의 RULE)과 (양자역학의 RULE)을 비교할 때, (c) 항목 즉 상태에서부터 사건을 예측할 수 있는 방식에 대한 규정에서 확률분포가 개입하는지 여부가 중요한 차이임을 알 수 있다.

그런데 양자역학의 인과적 해석에서는 (RULE 1)과 같이 확률분포가 없는 규칙도 가능하고 (RULE 2)와 같이 확률분포가 있는 규칙도 가능하다. 후자의 경우는 입자들의 초기 위치를 숨은 변수로 보는 것이며, 그 확률분포는 표준적인 확률이론에 따른다. 따라서 (RULE 1)에 따르면 계산가능량과 검출가능량이 일치하지만, (RULE 2)에 따르는 경우에는 계산가능량과 검출가능량이 일치하지 않게 된다. 인과적 해석에서 입자의 위치는 일견 계산가능량인 동시에 검출가능량인 것처럼 보이지만, 이와 같이 어느 RULE을 선택하는가에 따라 계산가능량이 검출가능량과 일치하지 않을 수 있다. 그러므로 인과적 해석에서는 상태서술과 사건서술이 명료하게 구별되지 않게 된다.

4. 인과적 해석의 궤적 개념과 추정가능성

양자역학에서는 ‘검출가능량’으로서의 물리량과 ‘계산가능량’으로서의 물리량이 일치하지 않는다. 그러나 표준적인 양자역학에서는 상태서술과 사건서술을 명료하게 구분함으로써 ‘검출가능량’과 ‘계산가능량’의 불일치를 효과적으로 극복한다. 즉 상태는 물리량과 무관한 상태벡터로 서술하며, 사건은 자기수반 연산자로 표현되는 물리량의 고유값으로 서술한다. 그러나 인과적 해석에서는 입자들의 위치에 특별한 지위를 부여함으로써 상태서술과 사건서술의 구분을 무너뜨리고 있다. 그로 인해 입자의 위치는 파동함수와 함께 상태서술을 맡기도 하고, 동시에 (RULE 1)의 경우에는 사건서술에 참여하는 것으로 보이기도 한다. 인과적 해석이 이렇게 모호한 해결책을 모색하는 까닭은 무엇일까? 인과적 해석에서는 왜 입자의 위치에 그렇게 연연하고 있을까?

양자역학이 고전역학에 비해 직관적이지 않아 보이는 가장 중요한 특징은 상태서술과 사건서술이 뚜렷하게 분리되어 있다는 점이다. 대상계의 상태는 일단 처음 상태가 주어진 후로는 시간이 흐르더라도 내내 실험실 상황과 무관하게 서술된다. 즉 처음 상태 $\psi(0)$ 가 주어지고 나면, 나중 상태 $\psi(t)$ 를 찾아내는 것은 전적으로 슈뢰딩거 방정식을 푸는 것으로 충분하다. 사건서술이 상태서술과 연결되는 것은 (a) 처음 상태를 어떻게 ‘주어진 것’으로 하는가, 즉 처음 상태를 어떻게 할당하는가 하는 경우와 (b) 계산으로 얻은 상태의 표현으로부터 어떻게 가능한 사건들의 목록을 만들고 그 사건들의 상대적 비중(즉 확률분포)을 찾는가 하는 경우이다. 이 두 가지를 말해 주는 것은 (양자역학의 RULE)이며, 이것은 좁은 의미의 형식이론과 독립적으로 양자역학에 주어진다. 즉 RULE은 좁은 의미의 형식이론에서 유도되지 않는다.

그러나 고전역학에서 끈질기게 생명을 유지하고 있는 ‘궤적’의 관념은 양자역학이라고 해서 쉽게 포기되지 않는다. 양자역학의 코펜하겐 해석에서 상보성 원리나 불확정성 원리와 같은 이름으로 논의되는 것은 결국 왜

상태서술과 사건서술이 구분되는가 하는 질문에 대한 해명이다. 상보성 원리는 입자-파동, 대상계-측정장치, 자연-언어 등과 같은 모든 쌍에 대해 상보성이 있다고 주장함으로써 상태서술과 사건서술이 구분되는 이유를 밝히려는 것이다. 불확정성 원리는 위치와 운동량의 양자역학적 기대값들(측정값이 아님에 유의)에 대한 편차를 줄이는 데에 근원적인 한계가 있다고 말함으로써 상태서술과 사건서술의 구분을 해명하려 한다. 그러나 실제로 상보성 원리나 불확정성 원리가 말하려고 하는 것은 단지 상태서술과 사건서술이 구분된다는 사실뿐이다. 그런 점에서 상보성 원리나 불확정성 원리는 양자역학과는 별도로 덧붙여지는 형이상학적 가정이다.

인과적 해석은 이와 같은 코펜하겐 해석을 비판하면서 대안을 제시하려 한다. 그런데 인과적 해석에서는 이와 같은 형이상학적인 불필요한 가정을 버리는 대신, 고전역학에서 가져 온 ‘궤적’의 개념을 굳게 지킨다. 인과적 해석에서 입자의 위치 ($Q_1, \dots, Q_N$)가 상태서술에 사용되는 이유는 바로 여기에 있다. 즉 양자역학이 상태서술과 사건서술을 구분해야 한다는 사실을 제기하자, 인과적 해석은 그 두 서술에 모두 발을 담그고 있는 위치의 값을 특별한 지위로 끌어올림으로써 두 서술의 구분을 흐려 버리려 하는 것이다.

그렇다면 인과적 해석에서 ‘궤적’의 개념을 굳게 지키려 하는 이유는 무엇일까? 이에 대한 한 가지 대답은 물리량의 실재성에 대한 논의와 관련되어 있다.

최근에 장희익은 양자역학의 실재성 문제를 ‘추정가능성’(推定可能性, presumability)이라는 개념을 통해 재조명했다.²⁰⁾ 이것은 “물리량이 실재한

20) 장희익 (2005). ‘추정가능성’의 개념에 대한 비판적 검토는 일단 장희익 (2005)에서 다루어진 수준에 만족하고자 한다. 투고논문의 익명심사자가 지적한 것처럼, 이 글에서 ‘추정가능성’의 개념을 본격적으로 검토하고 있는 것은 아니지만, 이는 이 논문의 논지와는 직접 연결되지 않는다. 논문의 심사자는 “측정 행위가 측정 대상 물리계의 상태에 무시할 수 없는 영향을 미치는가 하는 것이 측정되는 물리량의 실재성 여부를 결정하는 관건이 된다고 말할 이유가 무엇인가?”라고 질문하고 있다. 하지만 이 논문에서 ‘추정가능성’의 문제가 제기되는 것은 순전히 물리량이 실재한다고 볼 때와 그렇지 않을 때를 비교하여 두 경우에 대상

다고 보는 경우와 그렇지 않다고 보는 경우, 대상에 대한 동역학적 서술에 있어서 어떠한 차이가 발생하는가를 살펴" 보는 것이다.

먼저 추정가능성의 개념을 구체적으로 살펴보자. 동역학은 그 서술대상에 대하여 시간 t_A 때 물리량 A 의 값을 예상할 수 있게 해 준다. 이를 a 라 하자. 그런데 만일 시간 t_A 에 이르기 전인 시간 $t_M (< t_A)$ 에 그 물리량을 측정한다고 가정하고, 그 때 얻은 측정값을 바탕으로 시간 t_A 에 물리량의 값을 새롭게 예상하여, 이를 a' 이라 하자. 일반적으로 물리량 A 에 대하여 $a=a'$ 이 될지, 아니면 $a \neq a'$ 이 될지는 언제나 분명한 것이 아니다. 만일 어떤 동역학이 $a=a'$ 임을 보장한다면, 그 동역학에는 추정가능성이 있다고 말한다. 이 때 유의할 점은 시간 t_M 에 실제로 물리량 A 의 측정을 수행하는가 하지 않는가는 중요하지 않다는 것이다.

이 문제를 더 쉽게 논의하기 위해 허공에 포물선을 그리면서 날아가는 공을 중간에 잡아채는 운동선수를 상상하자. 이 운동선수가 공을 잡아챌 수 있는 까닭은 그가 공의 운동에 대해 올바른 동역학적 서술을 전개하고 있기 때문이다. 운동선수가 머릿속에서 행하고 있는 동역학적 서술은 다음과 같은 단계로 이루어진다.

- ① 현재 공의 위치와 운동량을 측정한다.
- ② 이 측정값을 초기조건으로 삼는다.
- ③ 운동방정식을 푼다.
- ④ 운동방정식의 풀이로부터 나중의 공의 위치와 운동량이 어떤 값이 될지 추정한다.
- ⑤ 추정된 값에 맞추어 공의 궤적에 끼어든다.

이 때 ①과 ⑤의 단계는 측정 또는 검출과 연결되지만, 나머지 ②, ③, ④의 단계에는 계산만 있다. 그런 점에서 공의 위치와 운동량이라는 물리

에 대한 동역학적 서술이 어떻게 달라지는가 하는 맥락에서이다. 즉 이 글에서 '추정가능성'의 개념을 다룬 까닭은 왜 양자역학의 인과적 해석에서 상태서술과 사건서술을 혼동하면서까지 입자의 궤적이란 개념을 고수하려 하는지 해명하고자 했기 때문이다. 그렇긴 하지만 '추정가능성'의 개념 자체에 대한 비판적 분석은 반드시 필요한 작업이며, 이는 추후의 중요한 연구 주제라 생각한다.

량이 ①과 ⑤의 단계에는 검출가능량으로서, 그리고 ②, ③, ④의 단계에는 계산가능량으로 나타난다. 이 분석에서는 일부러 '상태'라는 개념을 전혀 사용하지 않았지만, 상태 서술을 도입하더라도 근본적인 차이는 나타나지 않는다. 상태의 개념을 사용하여 위의 분석을 다시 표현하면 다음과 같다.

- ①' 현재 공의 위치와 운동량을 측정한다.
- ②' 이 측정값을 바탕으로 공의 현재 상태를 할당한다.
- ③' 운동방정식을 풀어서 나중 상태를 계산한다.
- ④' 이렇게 계산된 나중 상태에서부터 나중의 공의 위치와 운동량이 어떤 값이 될지 추정한다.
- ⑤' 추정된 값에 맞추어 공의 궤적에 끼어든다.

이와 같이 상태 개념을 사용하지 않고도 동역학적 서술이 가능한 것은 고전역학에서 공의 위치와 운동량이라는 물리량의 값이 추정가능하기 때문이다. 그러나 이와 유사한 상황을 양자역학으로 서술한다면 차이가 나타난다. 양자역학을 적용해야 하는 상황으로 가령 전자의 위치를 측정하고 이로부터 전자의 궤적에 끼어드는 것을 생각하자. 물론 여기에서 굳이 전자를 거론해야 할 필요는 없다. 똑같은 공이라 해도 양자역학에 바탕을 둔 서술이 얼마든지 가능하기 때문이다.

- ①' 현재 전자의 위치를 측정한다.
- ②' 이 측정값을 바탕으로 공의 현재 상태 $\psi(t_0)$ 을 할당한다.
- ③' 슈뢰딩거 방정식을 풀어서 나중 상태 $\psi(t_1)$ 를 계산한다.
- ④' 이렇게 계산된 나중 상태에서부터 나중의 전자의 위치가 어떤 값이 될지 추정한다.
- ⑤' 추정된 값에 맞추어 전자의 궤적에 끼어든다.

세세한 부분을 무시한다면, ③"까지의 단계는 고전역학의 경우와 마찬가지로 지이다. ④"의 단계에서 나타나는 차이는 위치에 대한 추정이 확률 1이 아니라 몇 가지 선택지에 대한 확률분포로 나타난다는 점이다. 따라서 ⑤"의 단계에서 성공적으로 전자의 궤적에 끼어들지 못할 수도 있다. ④"의 단계

에서 확률분포의 계산을 빨리 할 수 있다면 가장 확률이 높은 선택지를 택하면 그만큼 더 승산이 높아질 것이다.

그런데 추정가능성의 문제가 부각되기 시작하는 것은 이제부터이다. 이 운동선수(또는 실험물리학자)가 마지막 단계에서 갑자기 마음을 바꾸어서 전자의 궤적에 끼어들지 않기로 한다. 그 대신 더 나중의 시간 t_2 에 전자의 궤적에 끼어들기로 한다. 그 단계는 다음과 같다.

- ⑤'' 추정된 값에 맞추어 전자의 궤적에 끼어들지 않는다.
- ⑥ 슈뢰딩거 방정식을 풀어서 나중 상태 $\psi(t_2)$ 를 계산한다.
- ⑦ 이렇게 계산된 더 나중의 상태 $\psi(t_2)$ 로부터 시간 t_2 에서 전자의 위치가 어떤 값이 될지 추정한다.
- ⑧ 추정된 값에 맞추어 전자의 궤적에 끼어든다.

여기에서 핵심이 되는 것은 (양자역학의 RULE)의 (d) 항목이다. 그에 따르면

- ⑤' 추정된 값에 맞추어 전자의 궤적에 끼어든다.
- ⑤''' 추정된 값에 맞추어 전자의 궤적에 끼어들지 않는다.

중에서 어느 쪽을 택하느냐에 따라, ⑥의 단계에서 슈뢰딩거 방정식을 풀 때 사용할 처음 상태가 달라진다. 만일 ⑤'''처럼 전자의 궤적에 끼어들지 않는다면, ③'에서 계산한 $\psi(t_1)$ 을 그대로 처음 상태로 사용하면 된다. 그러나 ⑤'처럼 전자의 궤적에 끼어들었다면, 이제 새로운 처음 상태는 그 끼어들기로 얻은 전자의 위치값에 대응하는 고유상태로 다시 할당해야 한다. 따라서 그 경우에는 ⑦의 단계에서 추정하는 전자의 위치가 중간에 t_1 에서 끼어들지 않은 경우의 위치와 같지 않게 된다.

여기에서는 운동선수가 공을 가로채는 것과 비교하기 위해 다소 모호할 수 있는 예를 들어 논의했지만, 전형적인 예로 두 틈새 실험을 생각해두 좋다. 이 경우에는 시간 t_1 을 전자가 두 틈새가 있는 곳을 지날 때로 하고 최종적으로 사진건판에 닿을 때를 t_2 라 한다. 이 때 1927년에 아인슈타인

이 제안한 것처럼, 틱새가 있는 곳 바로 뒤에 아주 작고 가벼운 전자검출 장치를 하나씩 설치해 둔다. 전자가 어느 한 틱새를 지나간다면 이 미세한 전자검출장치를 툭 치고 갈 것이고, 그 흔적을 보면 어느 틱새를 지났는지 알 수 있을 것이라는 것이 직관적인 예상이다. 그러나 양자역학에서는 이렇게 시간 t_1 에 미세한 검출장치를 설치하는 경우와 설치하지 않는 경우에 사진전관에 전혀 다른 결과가 나타난다고 말한다.

이와 같이 시간 t_1 에서 가상 측정을 통해 추정된 시간 t_2 에서의 예상값이 이러한 추정을 통하지 않은 본래의 시간 t_2 에서의 예상값과 일치하지 않으므로, ⑤"의 단계에서 추정이 허용되지 않는다. 결론적으로 말해서,

“실재성을 인정하느냐 아니냐에 따라 나타나는 유일한 차이는 ... ‘추정가능성’ 여부이다. 즉 실재성을 인정한다는 것은 대상 물리량에 대한 추정이 가능한 것으로 보는 입장이며, 실재성을 인정하지 않는다는 것은 이러한 추정이 가능하지 않다고 보는 입장이다.”²¹⁾

양자역학에서는 고전역학에서와 달리 물리량에 대한 추정이 허용되지 않는다. 그러나 만일 물리량의 추정가능성 대신 상태의 계산에 초점을 맞춘다면 추정가능성이 없다는 것은 전혀 단점이 되지 않는다. 왜냐하면 상태를 알면 비록 확률분포이긴 해도 가능한 사건들의 집합과 그 각각에 대한 확률분포를 명확하게 알 수 있기 때문이다. 다시 말해서

“양자역학에서는 물론이고 고전역학에서조차도 관측되는 물리량들의 ‘실재성’ 자체가 무슨 본질적 역할을 하는 것이 아니라, 이 값들을 통해 부여된 ‘동역학적 상태’가 실질적 기능을 가지게 된다.”²²⁾

그러므로 물리량의 실재성에 대해서는 전혀 거론하지 않고서도 완결된 동역학적 서술을 가능하게 하는 것이 상태서술이다. 양자역학은 사건서술과 상태서술이 반드시 일치해야 하는 것이 아닐 뿐더러 이 둘이 일치한다

21) 장희익 (2005)

22) 장희익 (2005)

고 가정하는 것이 오히려 어색하고 부적절한 것임을 잘 보여준다.

따라서 양자역학의 인과적 해석은 고전역학의 궤적 개념을 버리지 못한 채 상태서술과 사건서술을 혼동하고 있다고 할 수 있다. 이것은 곧 물리량의 실재성에 대한 과도한 믿음을 고수하려 하기 때문이다. 양자역학은 상태서술과 사건서술을 구분해야 한다는 것을 말해줄 뿐 아니라, 물리량의 실재성이란 것이 입증되지 않는 형이상학적 믿음이라는 점을 잘 보여주고 있다. 그러나 양자역학의 인과적 해석은 이러한 새 포도주를 자꾸만 낚은 부대에 넣으려 한다. 설령 양자퍼텐셜과 같은 특이한 개념을 도입하지 않을 수 없게 되더라도 입자의 위치, 즉 물리량의 실재성을 바탕으로 한 추정가능성을 포기할 수 없다는 것이 인과적 해석의 접근인 셈이다.

5. 결론

이제까지 우리는 양자역학의 인과적 해석 또는 드브로이-봄의 이론에서 물리량이 가지는 의미에 대해 논의했다. 인과적 해석은 드브로이의 파일럿 파동 이론에 뿌리를 두고 있으며, “입자인가 아니면 파동인가?”라는 질문에 “입자와 더불어 파동”이라고 대답하는 양자역학의 한 해석이다. 그러나 인과적 해석에서 중요한 역할을 하고 있는 입자들의 위치는 인식론적 및 존재론적 맥락에서 의미가 모호하다. 이 문제를 다루기 위해 우리는 물리학이론의 공리적 기초에서 물리량(관측가능량)이 차지하는 이중적 역할, 즉 계산가능량으로서의 역할과 검출가능량으로서의 역할을 고찰했다. 동역학적 서술에서 사건서술과 상태서술이 구분된다는 점을 논의했다. 그런데 양자역학에서는 계산가능량으로서의 물리량의 역할 중 상당부분을 상태서술이 맡고 있다. 인과적 해석에서는 입자의 위치가 이와 같은 물리량의 이중적 역할에 머물러 있기 때문에, 결국 입자의 위치를 통해 상태를 서술하게 되고, 고전역학의 경우처럼 상태서술과 사건서술이 혼재되어 있다. 인과적 해석에서 상태서술과 사건서술이 혼재되고 있는 까닭은 입자의 궤적으로

대변되는 물리량의 실재성 또는 추정가능성을 인과적 해석에서 과도하게 신봉하고 있기 때문이다.

이 논의를 통해 드브로이-봄의 인과적 해석을 재해석하고 그 의미와 한계를 다룰 수 있었다. 나아가 동역학에 대한 메타적 고찰로서 양자역학이 제기한 사건서술과 상태서술의 구분을 명료하게 할 수 있었다. 또한 물리량이 가지는 이중적 의미를 살펴봄으로써 물리량의 실재성에 대한 끈질긴 믿음을 비판적으로 검토할 수 있었고, 이를 통해 드브로이-봄의 인과적 해석에서 왜 입자의 궤적을 고집하는지 한 가지 이유를 밝힐 수 있었다.

이것은 드브로이-봄의 인과적 해석에 대한 근본적인 검토가 아니며, 이후에 물리량의 실재성과 추정가능성의 문제를 비판적으로 검토해야 할 것이다. 또한 물리량의 역할을 계산가능량과 검출가능량으로 구분한 것이 양자역학의 다른 해석들에서 그리고 다른 동역학에서 어떤 모습으로 나타나는지 논의해야 한다.

부록 1: 인과적 해석의 형식이론

인과적 해석의 형식이론은 양자퍼텐셜이 있는 경우와 없는 경우로 나눌 수 있다.

(A: 양자퍼텐셜이 있는 경우)

양자퍼텐셜이 있는 경우는 파동함수를

$$\psi(x, t) = R(x, t) e^{i \frac{S(x, t)}{\hbar}} \quad (\text{A1})$$

와 같이 극형식으로 쓰는 것에서 시작한다. 이 식을 슈뢰딩거 방정식

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \psi \quad (\text{A2})$$

에 넣으면, 다음과 같은 두 식을 얻는다.

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} + V = 0 \quad (A3)$$

$$\frac{\partial R^2}{\partial t} + \nabla \cdot \left(-\frac{R^2 \nabla S}{m} \right) = 0 \quad (A4)$$

이 두 식의 의미를 이해하기 위해서 그 모양을 친숙한 꼴로 바꾸자. 이를 위해

$$U(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} \quad (A5)$$

라 하고, 이를 양자퍼텐셜이라고 부르자. 만일

$$\rho(x, t) = R^2 = |\psi|^2 \quad (A6)$$

$$\vec{J}(x, t) = -\frac{\hbar}{m} \rho(x, t) \quad (A7)$$

로 정의하면, (A3)식과 (A4)식은

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} + (V + U) = 0 \quad (A8)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (A9)$$

가 된다. (A8)식은 양자퍼텐셜 U 만 없다면 고전역학적인 해밀턴-야코비 방정식이다. 만일 (A6)식과 (A7)식을 각각 밀도함수와 흐름밀도함수로 해석한다면, (A9)식은 흐름에 관한 연속방정식이 되며, 전하의 값이 보존된다는 것을 의미한다.

(A8)식의 의미를 더 분명하게 이해하기 위해 입자의 운동량을

$$\vec{p} \equiv \nabla S \quad (\text{A10})$$

로 정의하면, 일반적으로

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}}{dt} &= \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \nabla \right) \vec{p} \\ &= \frac{\partial(\nabla S)}{\partial t} + \frac{\nabla S}{m} \cdot \nabla(\nabla S) \\ &= \nabla \left\{ \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} \right\} \end{aligned}$$

이므로, (A8)식은

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\nabla(V+U) \quad (\text{A11})$$

로 쓸 수 있다. 이것은 보통의 퍼텐셜 V 와 함께 양자퍼텐셜 U 를 받는 입자의 운동방정식으로 해석할 수 있다.

(B: 양자퍼텐셜이 없는 경우)

양자역학의 인과적 해석에 대한 형식이론은 양자퍼텐셜을 도입하지 않고도 서술할 수 있다. 인과적 해석에서 N 개의 입자들이 있는 계의 상태는 파일럿 파동함수 ψ 와 입자들의 위치 $Q_1, \dots, Q_N$ 으로 정해진다. 상태의 변화를 규정하는 규칙은 다음의 두 방정식이다.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi \quad (\text{B1})$$

$$\frac{dQ_k}{dt} = v_k^\psi(Q_1, \dots, Q_N) \quad (k=1, \dots, N) \quad (\text{B2})$$

여기에서 파일럿 파동함수 ψ 는 입자들의 위치 $Q_1, \dots, Q_N$ 의 함수이며, 입자들의 속도마당 v_k^ψ 는 파일럿 파동함수 ψ 로부터 정해진다.²³⁾ 양자퍼텐

설이 있는 정식화와 일치하기 위해서는

$$v_k^\Psi = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left(\frac{\nabla_k \Psi}{\Psi} \right) = \frac{\hbar}{2im} \left(\frac{\Psi^* \nabla_k \Psi - \Psi \nabla_k \Psi^*}{\Psi^* \Psi} \right) \quad (B3)$$

로 선택하면 된다. 여기에서 Im 은 복소수의 허수부분을 의미하며, ∇_k 는 k 번째 입자의 위치에 대한 미분(gradient)을 의미한다. 입자의 운동량을 고전역학에서처럼 $p_k = m \frac{dQ_k}{dt}$ 라 하면, (B3)식은 (A10)과 대등하다.

(B1)식은 표준적인 양자역학 정식화의 슈뢰딩거 방정식과 근본적으로 같다. 따라서 인과적 해석을 표준적인 양자역학과 다르게 하는 것은 바로 (B2)식과 (B3)식으로 주어지는 입자의 위치에 대한 운동방정식이다. 이들 입자의 위치를 좌우하는 것은 슈뢰딩거 방정식의 풀이가 되는 파동함수 Ψ 이며, 이런 의미에서 (B2)식과 (B3)식을 ‘길잡이 방정식’(guiding equation)이라 한다.

부록 2: POV 측도와 밀도연산자

측도(measure)는 예를 들어 리만-스틸체스(Riemann-Stieltjes) 적분의 정의에서 가장 직관적이다. 리만-스틸체스 적분은 구간 $[a, b]$ 에서 정의된 단조증가함수 $\alpha(x)$ 가 있을 때에, 이 구간에서 정의된 임의의 유계함수 $f(x)$ 에 대하여

- 23) Dürr et al. (1996)에서는 파일럿 파동함수를 가능한 위치들(possible configuration) q_k 의 함수라고 하고, 입자들의 실제 위치(actual configuration) Q_k 는 q_k 와 다른 것으로 서술하고 있다. 여기에서 q_k 는 반드시 위치를 나타내지 않아도 좋으며, 가령 운동량이나 일반화된 좌표라도 무방하다. 그러나 구체적인 문제를 풀이하는 과정에서는 이 둘을 같은 것으로 놓아야 하는 경우가 많다. 가능 위치와 실제 위치의 관계에 대해서는 추후에 다시 논의하기로 한다.

$$\int_a^b f(x) d\sigma(x) \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \{\sigma(x_k) - \sigma(x_{k-1})\}$$

로 정의되는데, 이 때 $\sigma(x)$ 를 측도라 한다. 측도의 정의는 르베그 적분으로 확장할 수 있다.

POV 측도 또는 양의 연산자 값을 갖는 측도(positive operator-valued measure)란 켈 수 있는 공간(measurable space) $(\Omega, \mathcal{F})$ 위에서 다음과 같이 정의되는 측도이다. (단, $\mathcal{F}$ 는 Ω 의 보렐 부분집합의 σ -대수)

- (i) $E(\Delta) \geq 0, \quad \forall \Delta \in \mathcal{F}$
- (ii) $E(\Omega) = I$
- (iii) $E(\bigcup \Delta_i) = \sum E(\Delta_i), \quad \forall \Delta \in \mathcal{F} \quad (i \neq j \Rightarrow \Delta_i \cap \Delta_j = \emptyset)$

POV 측도는 일반화된 관측가능량(generalized observable), 반관측가능량(semi-observable), 효과 값을 갖는 측도(effect-valued measure), 반스펙트럴 측도(semi-spectral measure), 비직교 항등원 분해(non-orthogonal resolution of identity) 등으로 불리기도 한다.

사영 연산자 값을 갖는 측도(projection-valued measure) 또는 PV 측도는 켈 수 있는 공간 $(\mathbb{R}, \mathcal{F})$ 위에서

- (i) $E(\Delta) = E(\Delta)^* = E(\Delta)^2, \quad \forall \Delta \in \mathcal{F}$
- (ii) $E(\mathbb{R}) = I$
- (iii) $E(\bigcup \Delta_i) = \sum E(\Delta_i), \quad \forall \Delta \in \mathcal{F} \quad (i \neq j \Rightarrow \Delta_i \cap \Delta_j = \emptyset)$

로 정의된다. 단, $\mathcal{F} = B(\mathbb{R})$, 즉 실수의 보렐부분집합의 σ -대수이다. PV 측도는 POV 측도의 특수한 경우이다.

밀도연산자(density operator)는 힐버트공간 $\mathcal{H}$ 에서 작용하는 선형연산자로서

$$\rho = \rho^* \geq 0 \text{이고 } \text{tr} \rho = 1$$

인 연산자로 정의된다. 밀도연산자의 집합은 자국류(trace class)의 부분집합이다. 자국류는 $\mathcal{H}$ 에서 작용하는 연산자 중 자국노름(trace norm)

$$\|T\|_1 = \text{tr}\{(T^*T)^{1/2}\}$$

이 유한한 연산자들의 집합으로 정의된다. 밀도연산자는 양의 자국류 연산자이다.

참고문헌

- 김재영 (2001). “메타동역학의 열개와 성격: 양자이론과 상대성이론의 동역학적 이론구조”, 서울대학교 물리학과 박사학위논문.
- 장희익 (2005). “‘추정가능성’과 양자역학의 실재성 문제”, 물리학-철학 공동 심포지엄: 아인슈타인 100주년을 통해 본 과학과 철학. 2005년 12월 9일. 서울대학교.
- Bell, J.S. (1966). “On the problem of hidden variables in quantum theory”, *Review of Modern Physics*, 38:447-452. Reprinted in Bell (1987).
- Bell, J.S. (1987). *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*, Cambridge University Press.
- Beltrametti, E.G. & G. Cassinelli (1981). *The logic of quantum mechanics*, Addison-Wesley.
- Brown, H.R. & D. Wallace (2004). “Solving the measurement problem: de Broglie-Bohm loses out to Everett”
- Busch, P., M. Grabowski & P.J. Lahti (1995). *Operational quantum physics*, Springer.

- Busch, P., P.J. Lahti, P. Mittelstaedt (1991). *The quantum theory of measurement*, Springer.
- Cushing, J.T. (1998). *Philosophical concepts in physics: The historical relation between philosophy and scientific theories*, Cambridge University Press.
- Cushing, J.T., A. Fine, & S. Goldstein eds. (1996). *Bohmian mechanics and quantum theory: An appraisal*, Kluwer Academic Publishers.
- Dickson, W.M. (1998). *Quantum chance and non-locality: Probability and non-locality in the interpretations of quantum mechanics*, Cambridge University Press.
- Dürr, D., S. Goldstein, & N. Zanghì (1996). "Bohmian mechanics as the foundation of quantum mechanics", in Cushing et al. (1996), pp. 21-44.
- Giuntini, R. (1991). *Quantum logic and hidden variables*, Wissenschaftsverlag.
- Goldstein, S. (2001). "Bohmian mechanics" in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*.
- Hiley, B.J. & F.D. Peat ed. (1987). *Quantum implications: Essays in honour of David Bohm*, Routledge.
- Holland, P.R. (1993). *The quantum theory of motion: An account of the de Broglie-Bohm causal interpretation of quantum mechanics*, Cambridge University Press.
- Hughes, R.I.G. (1989). *The structure and interpretation of quantum mechanics*, Harvard University Press.
- Jammer, M. (1974). *The philosophy of quantum mechanics: The interpretations of quantum mechanics in historical perspective*, Wiley.
- Jammer, M. (1989). *The conceptual development of quantum mechanics*, American Institute of Physics.
- José, J.V. & E.J. Saletan (1998). *Classical dynamics: A contemporary*

approach, Cambridge University Press. ...

Ludwig, G. (1978). *Die Grundstrukturen einer physikalischen Theorie*, Springer.

Ludwig, G. (1983). *Foundations of quantum mechanics I*, Springer.

Maxwell, J.C. (1873). *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Clarendon.

Philippidis, C., C. Dewdney & B.J. Hiley. (1979). *Nuovo Cimento*, 52B:15-.

Tonomura, A., J. Endo, T. Matsuda, T. Kawasaki, and H. Ezawa (1989). "Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern," *Am. J. Phys.* 57: 117-120.

Vigier, J.-P., C. Dewdney, P.R. Holland & A. Kyprianidis (1987). "Causal particle trajectories and the interpretation of quantum mechanics", in Hiley & Peat (1987), pp. 169-204.

Causal Interpretation of Quantum Mechanics and Reality of the Orbits of Particles

Zae-young Ghim

In the causal interpretation of quantum mechanics (de Broglie-Bohm theory), the object described by quantum dynamics has the attribute both of wave and of particle. The deterministic orbits of particles cannot be detected by the actual experiments. Why do the epistemologically vague concept of the orbits of particles play an important role in the causal interpretation? Why do they insist the undetectable orbits? The concept of the *observable* has dual meaning of the *detectable* and the *calculable*. From the viewpoint of the meta-dynamics, the *detectable* and the *calculable* correspond to the event description and the state description, respectively. Is the orbit of particle in the causal interpretation a *calculable* or a *detectable*? A typical example of the concept of the *calculable* is the orbit of particles in de Broglie-Bohm theory. Finally, I discuss the recent suggestion that reality of physical quantities should be actually *presumability* of the *calculable*.

[Key Words] de Broglie-Bohm theory, causal interpretation of quantum mechanics, orbit of particle, observable, *detectable*, *calculable*, *presumability*, reality of physical quantities.