과학철학 16-1(2013) pp. 29-56

부분적 믿음 갱신과 조건화†

박 일 호‡

이 논문은 베이즈주의 믿음 갱신 규칙, 그 중에서 제프리 조건화의 적용 범위를 확장하는 것을 목표한다. 특히 필자는 그동안 제프리 조건화의 적용 범위 밖에 있다고 여겨졌던 부분적 믿음 갱신이 제프리 조건화를 통해서 다루어 질 수 있다는 것을 논증한다. 이를 위해서 2절에서는 부분적 믿음 갱신과 관련된 몇 가지 정의와 그에 맞는 부분적 믿음 갱신 사례를 제시할 것이다. 그리고 3절에서 JC와 부분적 믿음 갱신 사이의 관계를 설명할 것이다. 특히, JC를 이용한 단일 믿음 갱신으로는 부분적 믿음 갱신을 다룰 수 없다는 것이 증명된다. 마지막 4절에서 필자는 부분적 믿음 갱신에 JC를 적용할 수 있는 방안을 모색한다. 필자는 우선 부분적 믿음 갱신이 증거적 믿음 갱신과 교정적 믿음 갱신으로 구성된 연속적 믿음 갱신으로 간주될 수 있다는 것을 논증하며, 이를 바탕으로 부분적 믿음 갱신을 다룰 수 있는 제프리 규칙을 제안한다.

【주요어】 부분적 믿음 갱신, 제프리 조건화, 연속적 믿음 갱신, 증거적 믿음 갱신, 교정적 믿음 갱신.

접수완료: 2013.1.12/심사완료 및 게재확정: 2013.4.11/수정완성본 접수: 2013.4.12

† 본 논문의 초고는 2010년 한국과학철학회 정기학술대회에서 발표되었다. 본 논문의 발표를 듣고 몇 가지 논평을 해 주신 분들에게 감사의 말씀을 드린다. 더불어 본 논문의 심사를 해주신 심사위원님들께도 감사의 말씀을 드린다.

‡ 경희대학교.

1. 서론: 조건화와 관련된 예비적인 사항들

아주 특별한 경우를 제외한다면, 인간인 우리가 무언가를 확신하거나 불신하는 경우는 무척 드물다. 일반적으로 우리는 내일 주가가 폭락할 것이라고 확신하지 않는다. 그보다 내일 주가가 폭락한다는 것을 그렇지 않다는 것보다 **더** 믿을 뿐이다. 이렇듯 우리의 믿음은 전부 아니면 전무(all or nothing)의 문제가 아니라 정도(degree)의 문제이다. 한편 우리 인간은 경험을 통해서 정보를 획득하고 그것을 자신의 믿음에 반영한다. 오늘 나는 국내외 경제 상황과 주식 시장에 대한 정보를 습득하고 그 정보를 이용해서 내일 주가 폭락에 대한 나의 믿음의 정도를 수정한다.

이렇게 믿음을 정도의 문제로 간주하는 입장을 확률주의(probabilism)라고 부른다. 이 확률주의는 다음 두 가지 인식론적 질문에 답해야 한다. (1) 어떤 행위자의 믿음의 정도가 합리적이기 위한 조건은 무엇인가? (2) 경험 이후에 그 행위자는 어떻게 자신의 믿음의 정도를 수정해야 하는가? 확률주의자들의 질문 (1)에 대한 대체적인 답은 '믿음의 정도는 최소한 확률 계산 규칙을 만족해야 한다.'는 것이다. 한편 질문 (2)에 대한 그들의 답은 '믿음의 정도는 조건화(conditionalization)라는 규칙을 이용해 수정되어야 한다.'는 것이다. 이 두 가지 질문과 각 답변들 중에서 필자가 관심을 가지고 있는 것은 질문 (2)와 그에 대한 답변이다. 즉 필자가 본 논문에서 다루려는 문제는 믿음의 정도의 동학(kinematics)에 대한 것이다.

조건화라는 규칙을 이해하기 위해서는 먼저 믿음의 정도가 수정되는 방식에는 두 가지가 있다는 사실을 알아야 한다. 예를 들어보자. 창밖을 보기 전에는 지금 눈이 오고 있다는 것을 그리 높은 정도로 믿지 않았지만, 창밖을 보는 경험을 통해서 지금 눈이 오고 있다는 것을 무척 높은 정도로 믿게 되는 경우가 있다. 이렇게 몇몇 믿음의 정도는 경험에 의해서 **직접적**으로 수정된다. 다른 한편, 지금 눈이 오고 있다는 것을 높은 정도로 믿고 있다는 것은 다른 믿음, 가령 지금 교통 정체가 심각하다는 것을 높은 정도로 믿게 만든다. 즉 경험에 의해서 직접적으로 수정된 믿음의 정도들은 다른 믿음의 정도에 영향을 준다. 이렇게 몇몇 믿음의 정도는 경험에 의해서 **간접적**으로 수정된다. 경험의 직접적인 영향을 받는 것은 아니지만, 다

른 믿음의 정도로부터 추론된 믿음의 변화는 **추론적** 믿음 갱신, 혹은 **간접적** 믿음 갱신이라고 불린다.[1] 그리고 확률주의자들은 이 추론적 믿음 갱신은 반드시 조건화라는 규칙에 따라 이루어져야 하다고 주장한다.

일반적으로 조건화는 두 가지 형태로 제시된다. 아래에 제시된 베이지안 조건화(Bayesian Condtionalization, BC)는 제프리 조건화(Jeffrey Conditionalization, JC)의 특별한 사례이다. BC는 경험 이후에 확신하게 되는 명제가 있다는 것을 전제하지만, JC는 그렇지 않다. 만약 그런 명제가 있다면, JC와 BC는 같아진다. (아래 두 조건화에서 등장하는 p는 사전 믿음의 정도 함수, q는 사후 믿음의 정도 함수를 나타낸다.)

> **베이지안 조건화**(Bayesian Conditionalization, BC)
> 경험 이후 행위자가 E라는 명제만을 확신하게 되었을 때, 모든 명제 X에 대해서 다음이 성립한다: $q(X)=p(X|E)$.

> **제프리 조건화**(Jeffrey′s Conditionalization, JC)
> 경험 이후 단지 분할 집합 $\mathrm{E}=\{E_1,\cdots,E_n\}$의 원소들에 대한 믿음의 정도만 직접적으로 수정되었을 때, 모든 명제 X에 대해서 다음이 성립한다: $q(X)=\Sigma q(E_i)p(X|E_i)$.

JC에 등장하는 분할 집합이란 그 원소들이 서로 배타적(exclusive)이고 망라적인(exhaustive) 집합을 말한다. 즉 E의 각 원소들은 동시에 참일 수 없으며, 모든 원소들의 선언은 논리적 진리다.[2]

이 두 가지 형태의 조건화 중에서 이 논문은 주로 JC를 다룰 것이다. 앞

---

1) 몇몇 확률철학자들은 갱신(updating)과 수정(revision)을 구분하기도 한다. 하지만 본 논문에서 필자는 둘을 구분하지 않고 사용할 것이다.

2) JC를 더욱 일반화시킬 수 있다. JC는 비조건부 믿음의 정도가 직접적으로 변한 경우만을 다룰 수 있다. 하지만 조건부 믿음의 정도도 직접적으로 변할 수 있을 것이다. 조건부 믿음의 정도가 직접적으로 수정된 경우를 다루기 위해서 제안된 규칙은 아담스 조건화(Adams Condiotnalization)다. 이것은 리차드 브래들리(Richard Bradley)가 붙인 이름이다. Wagner(2003)와 Bradley(2005)를 보라.

으로의 논의를 위해서 JC의 몇 가지 특징들을 살펴보자. 우선 JC가 다음 '고정성'과 동치라는 것을 기억할 필요가 있다:[3)]

고정성(Rigidity)
경험 이후 단지 분할 집합 $\mathbf{E}=\{E_1,\cdots,E_n\}$의 원소들에 대한 믿음의 정도만 직접적으로 수정되었을 때, 모든 명제 X에 대해서 다음이 성립한다: 모든 i에 대해서, $p(X|E_i)=q(X|E_i)$.

즉 E에 대한 믿음의 정도가 경험에 의해서 직접적으로 수정되었을 때, JC를 이용해서 다른 믿음의 정도를 추론적으로 수정한다는 것은 E를 조건으로 하는 **조건부 믿음의 정도**는 바꾸지 않는다는 것과 같다.

두 번째로 JC의 적용 범위를 생각해보자. BC를 적용하기 위해서는 경험 이후에 확신하게 되는 명제가 있어야 한다. 즉 우리가 무엇을 경험하든 그것을 온전하게 표상하여 1의 확률값을 할당받을 수 있는 명제가 있어야 우리는 BC를 적용할 수 있다. 하지만 JC는 그런 명제가 없더라도 믿음 갱신을 위해서 사용될 수 있다. 즉 경험 이후 어떤 명제를 확신하게 되지는 않더라도 어떤 분할 집합의 원소들의 믿음의 정도가 1이 아닌 값으로 직접적으로 수정되기만 한다면 JC는 적용될 수 있다. 그러나 JC 역시 모든 믿음 갱신에 적용될 수 있는 것은 아니다. 방금 언급했듯이, 경험 이후 그 믿음의 정도가 직접적으로 수정된 명제들이 하나의 분할 집합을 형성하는 경우에만 JC를 적용할 수 있다. A와 B가 서로 배타적이지 않은 명제라고 하자. 만약 경험 이후에 집합 $\{A,B\}$의 원소들의 믿음의 정도가 직접적으로 수정되었다면, 이 믿음 수정에 JC는 적용될 수 없다. 왜냐하면 $\{A,B\}$는 분할집합이 아니기 때문이다. 정리하자면 JC는 경험의 영향이 특정한 **하나의 분할 집합에 국소화**(localized) 되었을 때에만 적용될 수 있다.[4)]

---

3) 이것은 베이즈주의자들 사이에 널리 알려져 있는 사실이다. 관련된 증명은 여러 베이즈주의 교과서에서 찾아볼 수 있다. 가령, Howson and Urbach (1993), Jeffrey (1983)을 보라.

4) '국소화(localized)'라는 표현은 어만(Earman, 1996)의 것이다. 제프리 조건화가 적용되지 않는 사례에 대해서는 많은 논의들이 있었다. 가장 대표적인 것 중에 하나는 반 프라센(van Fraassen, 1989)이 제시한 주디 벤자민 문

여기서 우리는 경험의 영향이 하나의 분할 집합에 국소화 되었다는 것이 JC를 적용하기 위한 필요조건이지만 충분조건은 아니라는 점을 기억해야 한다. 즉 경험이 하나의 분할 집합의 원소들의 믿음의 정도를 직접적으로 수정한다고 하더라도, JC를 적용할 수 없는 경우가 있다. 필자가 다음 절에서 '부분적 믿음 갱신 (partial belief updating)'이라고 부르는 것이 그런 사례라고 할 수 있다.[5] 필자는 이 논문에서 JC를 이용해 부분적 믿음 갱신을 다룰 수 있는 방안을 모색할 것이다. 이를 위해서 2절에서는 몇 가지 정의를 제시하고, 그에 맞는 부분적 믿음 갱신 사례를 제시할 것이다. 그리고 3절에서 JC가 그 부분적 믿음 갱신을 다룰 수 없는 이유를 설명할 것이다. 마지막 4절에서 필자는 부분적 믿음 갱신에 JC를 적용할 수 있는 방안을 모색한다. 그것은 부분적 믿음 갱신을 두 개의 부속 믿음 갱신이 결합된 연속적 믿음 갱신(successive belief updates)이라고 간주하자는 것이다. (아래 글에서 **E**, **F**와 같이 진한 글씨로 표현된 영문 대문자는 명제들의 집합을 나타낸다. 그리고 E, F와 같이 이탤릭체로 된 영문 대문자는 명제들을 나타낸다. 그리고 p, q, c와 같은 이탤릭체로 된 영문 소문자는 믿음의 정도 함수를 나타낸다.)

2. 부분적 믿음 갱신

2.1. 부분적 믿음 갱신: 정의

제(Judy Benjamin Problem)이다. 이 문제는 경험이 비조건부 믿음의 정도가 아니라 *조건부 믿음의 정도*에 영향을 주는 경우를 다루고 있다. 경험이 *비조건부 믿음의 정도*에 직접적으로 영향을 주는 경우에만 JC가 적용될 수 있다는 점을 기억하라. 이것에 대한 최신의 논의로는 Douven and Romeijin (2011)을 보라. 또한 경험의 영향이 두 개 이상의 분할집합에 국소화 되는 경우들도 제프리 조건화가 적용되지 않는 사례들이다. 이에 대한 논의로는 Diaconis and Zabel (1982)와 Park (forthcoming)을 보라.

5) 대표적인 사례들은 Bradley (2005)와 Levi (1967)에서 제시되었다. 물론 그들은 자신이 제시한 사례를 '부분적 믿음 갱신'이라고 부르지 않았다. '부분적 믿음 갱신'이라는 이름은 필자가 붙인 것이다.

부분적 믿음 갱신이라고 부르는 것을 정의하기 전에 그것과 대비되는 **전체적 믿음 갱신**(total belief updates)을 먼저 생각해보자. 본 논문의 주요 관심사는 추론적 믿음 갱신이라는 것을 기억하라. 즉 경험에 의해서 어떤 믿음의 정도가 직접적으로 변했을 때, 그 믿음의 정도로부터 다른 믿음의 정도는 어떻게 수정되어야 하는지 결정하는 것이 필자의 주요 관심사다. 지금 정의하려는 전체적 믿음 갱신 역시 추론적 믿음 갱신에 대한 것이다.

이런 추론적 믿음 갱신에 대해서 우리는 다음과 같은 몇 가지 자연스러운 직관을 가지고 있다.

(a) 무엇을 경험하든 논리적 명제에 대한 믿음은 바뀌지 말아야 한다.
(b) 경험에 의해서 직접적으로 수정된 믿음과 **관련이 없는** 믿음은 바뀌지 말아야 한다.
(c) 경험에 의해서 직접적으로 수정된 믿음과 **관련이 있는** 믿음은 바뀌어야 한다.

물론 이런 직관들은 다소 불안정하며 많은 해명을 요구한다. 이들 중에서 본 논문은 (c)에 집중할 것이다.

일견 (c)는 자연스러워 보인다. 가령, 여러 가지 이유에서 내일 비가 온다는 것에 대한 믿음의 정도가 수정되었다면, 그것과 관련된 것처럼 보이는 내일 체육대회는 취소된다는 것에 대한 믿음의 정도 역시 수정되어야 할 듯하다. 필자는 이렇게 어떤 믿음의 정도가 수정되었을 때, 그것과 관련된 **모든** 믿음의 정도가 수정되는 믿음 갱신을 ‘전체적 믿음 갱신’이라고 부를 것이다. 예를 들어, 경험 이후에 분할 집합 E의 원소에 대한 믿음의 정도가 직접적으로 수정되었다고 하자. 이 때 우리는 조건화와 같은 믿음 갱신 규칙을 이용해서 몇몇 다른 믿음도 수정할 것이다. 그 수정 결과 분할 집합 E와 관련이 있는 믿음의 정도는 **모두** 수정되었다면, 나는 그런 믿음 갱신을 전체적이라고 할 것이다. 여기서 ‘전체적’이라는 수식어는 경험에 의해서 직접적으로 수정된 믿음과 관련된 **모든** 믿음의 정도가 수정되었다는 것을 의도한 것이다.

이 전체적 믿음 갱신을 좀 더 분명하게 정식화하기 위해서는 한 가지 개

념을 먼저 정의할 필요가 있다. 그 개념은 '분할 집합 E와 **관련이 있는** 믿음의 정도'이다. 다양한 방식으로 정의될 수 있겠지만, 확률적 맥락에서 '분할 집합 E와의 관련성'을 포착할 수 있는 가장 유력한 수학적 개념은 '확률적 독립성(probabilistic independence)'이다. 필자는 이 개념을 이용해, '분할 집합 E와 관련이 있는 믿음의 정도'를 '분할 집합 E와 확률적으로 독립적이지 않은 명제에 대한 믿음의 정도'로 간주할 것이다. 여기서 주의할 것이 있다. 일반적으로 확률적 독립성은 두 개 이상의 **명제들** 사이의 관계로 정의된다. 하지만 지금 우리에게 필요한 것은 **분할 집합** E와 임의의 **명제** X 사이의 확률적 독립성이다. 나는 이것을 다음과 같이 정의한다.[6] 여기서 p는 믿음의 정도 함수(혹은 주관적 확률 함수)다.

정의 1. 다음과 같은 경우에 그리고 그런 경우에만 명제 X는 분할 집합 $\mathrm{E}=\{E_1,\cdots,E_n\}$와 p-독립적이다: 모든 i에 대해서, $p(X|E_i)=p(X)$.

이제 우리는 이 정의를 이용해서, 전체적 믿음 갱신을 좀 더 분명하게 정식화할 수 있다. 필자가 분명하게 나타내려는 것은 경험에 의해서 직접적으로 수정된 믿음과 관련이 있는 것은 모두 수정된다는 것이다. 이것을 정식화하기 전에, 전체적 믿음 갱신은 직접적으로 수정된 믿음에 상대적이라는 것에 주목하자. 즉 직접적으로 수정된 믿음이 무엇인지에 따라서 수정되어야 하는 믿음들은 바뀐다. 다음에 제시되는 전체적 믿음 갱신의 정의는 이런 점을 고려한 것이다. (아래 정의에 등장하는 '$p\mapsto q$'는 믿음의 정도 함수 p에서 믿음의 정도 함수 q로의 믿음 갱신을 나타낸다.)

정의 2. 다음과 같은 경우에 그리고 그런 경우에만 $p\mapsto q$는 분할 집합 E에 상대적인 전체적 믿음 갱신이다:

(1) 분할 집합 E의 원소인 몇몇 E_i에 대해서, $p(E_i)\neq q(E_i)$이며,

(2) 임의의 명제 X에 대해서, X가 분할집합 E와 p-독립적이지 않다면 $p(X|Y)\neq q(X|Y)$이다.

---

6) 이런 정의는 Diaconis and Zabel (1982)에서 찾아볼 수 있다.

정의 2의 (1)은 분할 집합 E의 원소들 중에서 몇몇의 믿음의 정도가 수정되었다는 것을 의미한다. (2)는 E와 독립적이지 않은 믿음의 정도는 모두 변했다는 것을 나타낸다. (기호를 간단하게 표현하기 위해서, 필자는 E={E,$\neg E$}일 때, 그리고 그런 경우에만 'E에 상대적인 부분적 믿음 갱신'을 'E에 상대적인 부분적 믿음 갱신'으로 표현할 것이다.)

이렇게 전체적 믿음 갱신을 정의했으니 이제 부분적 믿음 갱신도 정의할 수 있다. 부분적 믿음 갱신은 분할 집합 E와 관련이 있는 믿음들 모두가 변하는 것이 아니라, 일부는 변하고 일부는 변하지 않는 믿음 갱신을 말한다. 즉 E와 관련이 있음에도 변하지 않는 믿음의 정도가 포함된 믿음 갱신을 '부분적'이라고 부를 것이다.[7] 그럼 위의 정의 2와 비슷하게 부분적 믿음 갱신을 정의할 수 있다.

정의 3. 다음과 같은 경우에 그리고 그런 경우에만 $p \mapsto q$는 분할 집합 E에 상대적인 부분적 믿음 갱신이다:

(1) 분할 집합 E의 원소인 몇몇 E_i에 대해서, $p(E_i) \neq q(E_i)$이며,

(2) 다음이 성립하는 명제 X가 있다: X가 분할집합 E와 p-독립적이지 않음에도 불구하고 $p(X)=q(X)$이다.

위 분할집합 E에 상대적인 부분적 믿음 갱신에 대한 정의에서는 믿음의 정도가 변하지 않은 명제가 무엇인지 명시적으로 드러나지 않는다. 즉 정의 3은 E와 관련이 있으면서 변하지 않는 어떤 명제가 있다는 것을 말할 뿐이다. 필자는 이런 점을 보충하기 위해서 집합 E, F로 이루어진 순서쌍 <E,F>를 이용할 것이다. 이 순서쌍의 첫 번째 항 E는 분할 집합이다. 그리고 두 번째 항 F는 명제들의 집합일 뿐이며, 분할 집합일 필요는 없다. 그럼 다음 정의를 생각해보자.

정의4. 다음과 같은 경우에 그리고 그런 경우에만 $p \mapsto q$는 <E,F>에 상대

[7] E와 관련이 있는 **모든** 믿음이 변하지 않는 경우는 있을 수 없다. E의 원소들 중에 적어도 하나에 대한 믿음의 정도는 반드시 변할 수밖에 없다. 물론 그것은 E와 확률적으로 독립적이지 않다.

적인 부분적 믿음 갱신이다.

(1) 분할 집합 E의 원소인 몇몇 E_i에 대해서, $p(E_i) \neq q(E_i)$이며,

(2) F_i가 집합 F의 원소라면 그리고 그런 경우에만, F_i는 분할 집합 E와 p-독립적이지 않음에도 불구하고 $p(F_i)=q(F_i)$이다.

이 정의에서 집합 F는 경험에 의해서 직접적으로 수정된 분할집합 E의 원소들과 독립적이지 않음에도 불구하고 믿음의 정도가 변하지 않은 명제들의 집합이다. (기호를 간단하게 표현하기 위해서, 나는 E={E,¬E}이고 F={F,¬F}인 경우, 그리고 그런 경우에만 '<E,F>에 상대적인 부분적 믿음 갱신'을 '<E,F>에 상대적인 부분적 믿음 갱신'으로 표현할 것이다.)

이렇게 정의했을 때, 몇몇 독자는 과연 합리적이라고 부를만한 부분적 믿음 갱신의 사례가 있는지 의심스러울 것이다. 왜냐하면 이런 믿음 갱신은 경험적 증거가 있음에도 불구하고 특별한 믿음을 고집하는 사례인 것처럼 보이기 때문이다. 하지만 경험적 증거가 제시되었음에도 불구하고 특별한 믿음을 고집하는 것이 불합리하다고 단정적으로 말하기 어렵다. 왜냐하면 과학사의 여러 사례들은 특정 믿음에 대한 고집이 과학적 성공으로 이끌 수도 있다는 것을 보여주고 있기 때문이다. 이런 믿음의 고집과 합리성 사이의 관계에 대한 철학적, 역사적 탐구는 본 논문의 범위 밖에 있다.[8] 나는 아래에서, 좀 더 직관적인 수준에서 납득할 수 있는 부분적 믿음 갱신 사례를 제시하고, 그것이 베이즈주의 인식론에 가하는 문제점과 그 해결책을 제시할 것이다.

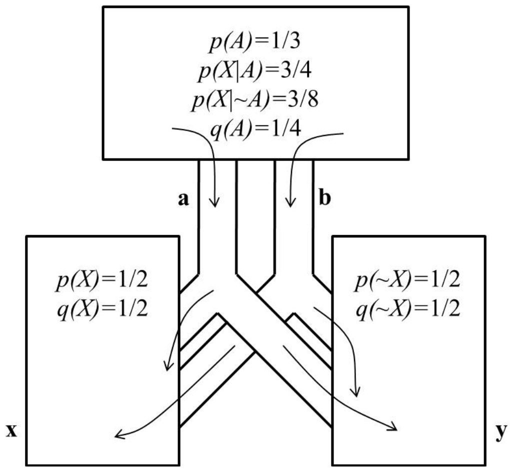
2.2. 부분적 믿음 갱신: 사례

다음은 브래들리(Richard Bradley, 2005)가 제시한 사례를 조금 수정한 것이다.

---

[8] 특정 이론에 대한 고집이 합리적일 수 있는 사례들은 과학철학이나 과학사 교과서에서 많이 찾아볼 수 있다. 가령, 아인슈타인과 카우프만의 실험 사이의 충돌 사례, 천왕성의 궤도와 뉴턴 역학의 충돌 사례 등이 대표적이라고 말할 수 있다.

아래 그림처럼 두 개의 배출 파이프 a와 b가 있는 곡물 저장고가 있다. 파이프 a와 b 각각은 하단 저장고 x와 y에 연결되어 있다. 원래 상단 저장고에 곡물이 가득했으나, 파이프 a와 b를 통해서 곡물이 두 개의 저장고 x와 y로 분배되었다. 우리는 상단 저장고에 원래 곡물이 얼마나 있었는지 알고 있다. 마찬가지로 분배 이후 저장고 x에 있는 곡물의 양과 저장고 y에 있는 곡물의 양이 같다는 것도 알고 있다. 이런 정보들을 이용하면 상단 저장고에 있던 곡식 알갱이가 x라는 저장고로 갈 확률이 1/2라는 것을 알 수 있다. 한편 곡식 알갱이가 파이프 a로 들어갈지, 파이프 b로 들어갈지는 정확하게 알지 못한다. 다만 파이프의 위치와 모양으로부터 그 확률을 계산해내었다. 그 결과 파이프 a로 곡식 알갱이가 들어갈 확률은 1/3이었다. 물론 파이프 b로 곡식 알갱이가 들어갈 확률은 2/3이다. 또한 이 저장고의 형태를 고려할 때, 우리는 파이프 a로 들어간 곡물들 중 3/4이 저장고 x로 이동한다는 것과 파이프 b로 들어간 곡물들 중에서 3/8이 저장고 x로 이동한다는 것을 알고 있다. 이런 정보가 주어진 상태에서, 상단 저장고에 대한 추가 조사가 이루어졌다. 조사 결과, 상단 저장고에 있는 곡식 알갱이가 파이프 a로 들어갈 확률이 1/3이 아니라 1/4라는 것을 밝혀졌다.



이 사례를 자세히 살펴보자. 상단 저장고에 대한 추가 조사 전에 우리가 가진 믿음의 정도 함수를 p라고 하자. 그리고 그 추가 조사 이후 우리의 믿음의 정도 함수를 q라고 하자. 곡식이 파이프 a를 통과한다는 명제를 A라고 하자. 상단 저장고에 있는 모든 곡물은 파이프 a 또는 파이프 b 중에 단 하나를 통과하여 하단 저장고로 흘러간다. 따라서 곡물이 파이프 b를 통과한다는 명제는 $\neg A$라고 할 수 있다. 곡물이 저장고 x로 흘러간다는 명제를 X라고 하자. 그럼, 저장고 y로 흘러간다는 명제는 $\neg X$라고 할 수 있다. 추가 조사 이전에 우리는 상단 저장고에 있는 곡물의 양과 하단 저장고에 있는 곡물의 양을 비교하여, X를 1/2 정도로 믿는다. 즉 $p(X)=1/2$이다. 이런 믿음은 추가 조사를 했다고 해서 바뀌지 않는다. 왜냐하면 추가 조사를 한다고 하더라도 저장고 x로 흘러간 곡물의 양과 상단 저장고에 있던 곡물의 총량은 바뀌지 않기 때문이다. 그러므로 추가 조사 이후에도 X에 대한 믿음의 정도는 원래대로 유지되어야 한다. 따라서 $q(X)=1/2$이다. 만약 이런 생각이 그럴듯하다면, 이 사례는 부분적 믿음 갱신으로 간주되어야 한다. 좀 더 정확하게 말하자면, 위 사례는 *<A,X>에 상대적인 부분적 믿음 갱신* 사례다. 추가 조사 후에 A의 믿음의 정도는 1/3에서 1/4로 수정되었다. 따라서 <정의4>의 (1)이 만족된다. 그리고 이 사례에서 $p(X|A)=3/4$이다. 그러나 $p(X)=1/2$이다. 따라서 $p(X|A)$는 $p(X)$와 같지 않다. 즉 X는 분할 집합 $\{A,\neg A\}$와 독립적이지 않다. 그러나 $p(X)=q(X)=1/2$이다. 그러므로 <정의4>의 (2)도 만족된다.[9] 여기서 X에

---

9) 이 사례에서 $\{A,\neg A\}$와 독립적이지 않은 명제들 중에서 바뀌지 않은 것은 X와 $\neg X$ 밖에 없다는 것이 가정되었다. 이 가정은 우리의 논의에서 큰 문제를 일으키지 않는다. 한편 브래들리(Bradley, 2005)가 제시한 사례는 필자의 사례와 약간 다르다는 사실을 언급할 필요가 있다. 브래들리는 필자의 의도와 마찬가지로 고정된 믿음의 정도가 있을 때 JC가 적용될 수 없다는 것을 보이기 위해서 이 사례를 고안했다. 원래의 사례도 위에 제시된 사례와 마찬가지로 저장고 x에 들어간 곡식의 양과 저장고 y에 들어간 곡식의 양은 같다. 하지만 원래의 사례에서는 파이프 a로 들어간 곡물들은 모두 저장고 x로 들어가게 되어 있다. 즉 브래들리의 사례에서 $p(X|A)=1$이다. 하지만 필자의 사례는 그렇지 않다. 파이프 a로 들어간 곡물들은 저장고 x와 y 모두로 흘러들어갈 수 있고, $p(X|A)=3/4$이다. 필자가 이렇게 브래들리의 사례를 변형시킨 이유는 무엇인가? 그것은 브래들리의 사례는 <A,X>에

대한 믿음의 정도가 일정하게 유지되는 것은 불합리한 고집을 부린 결과라고 말하기 어렵다. 왜냐하면 하단 두 저장고의 곡물의 양이 같다는 사실은 바뀌지 않았기 때문이다.10)

베이즈주의에서 BC와 JC는 합리적 믿음 수정 규칙으로 간주된다. 따라서 위의 부분적 믿음 갱신 사례가 합리적이라면 JC는 이 사례에 적용되어 다른 믿음들이 어떻게 (추론적으로) 수정되어야 하는지 말해 줄 수 있어야 한다. 하지만 아쉽게도 조건화는 이런 부분적 믿음 갱신을 다루기 어려운 것처럼 보인다.

3. 부분적 믿음 갱신과 조건화

경험 이후 분할 집합 E={E,¬E}의 원소들의 믿음의 정도가 직접적으로 수정되었다고 하자. 그럼 우리는 다음을 증명할 수 있다.

[T] 경험 이후 E와¬E의 믿음의 정도만이 직접적으로 수정되었을 때, 모든 JC에 의한 믿음 갱신은 E에 상대적인 전체적 믿음 갱신이다.

증명. 경험 이후 E와 ¬E의 믿음의 정도만이 직접적으로 수정되었다하

상대적인 부분적 믿음 갱신 사례가 아니기 때문이다. 브래들리의 사례에서 변하지 않는 믿음의 정도는 X에 대한 믿음의 정도만이 아니다. 이외에 A라는 조건아래서의 X의 믿음의 정도 역시 바뀌지 않는다. 즉 브래들리 사례에서는 $p(X)=q(X)=1/2$ 뿐만 아니라 $p(X|A)=q(X|A)=1$도 성립한다. 따라서 브래들리가 제시한 원래의 사례는 <A,X>에 상대적인 부분적 믿음 갱신 사례가 아니다. 그리고 이런 이유에서 필자는 그의 사례를 약간 수정하였다.

10) 러바이(Issac Levi)가 제시한 부분적 믿음 갱신 사례도 있다. Levi (1967)를 보다. 이 논문에서 러바이는 어떤 비조건부 믿음의 정도가 직접적으로 수정되었지만, 그것과 독립적이지 않은 조건부 믿음이 수정어서는 안 되는 경우를 제시하고 있다. 관련된 논의를 위해서는 Harper and Kyburg (1968)와 Jeffrey (1970)를 참조하라.

자. 즉 $p(E) \neq q(E)$와 $p(\neg E) \neq q(\neg E)$가 성립한다. [T]는 귀류법을 이용해 증명한다. 즉 JC를 이용한 믿음 갱신이 전체적 믿음 갱신이 아니라고 가정하자. 전체적 믿음 갱신이 아니기 때문에 다음을 만족하는 명제 A가 있다: $p(A|E) \neq p(A)$이지만, $p(A)=q(A)$다. 한편 JC에 의해서 임의의 명제 X에 대해서 다음이 성립한다: $q(X)=q(E)p(X|E)+q(\neg E)p(X|\neg E)$. 이것과 $q(A)=p(A)$가 같다는 가정으로부터, 다음이 도출된다.

$$q(E)p(A|E)+q(\neg E)p(A|\neg E)=p(E)p(A|E)+p(\neg E)p(A|\neg E).$$

그리고 이 식으로부터 다음을 도출할 수 있다.

$$[p(E)-q(E)][p(A|E)-p(A|\neg E)]=0$$

첫 가정에 의해서 $p(E)-q(E)$는 0일 수 없다. 따라서 $p(A|E)-p(A|\neg E)=0$이 성립해야 한다. 이는 곧 $p(A|E)=p(A)$와 같은 말이다. 하지만 이것은 앞에서 가정한 $p(A|B) \neq p(A)$와 모순이다. 따라서 다음을 만족하는 명제 A는 존재하지 않는다: $p(A|E) \neq p(A)$이지만, $p(A)=q(A)$다. 그러므로 경험 이후 E와 $\neg E$의 믿음의 정도가 $p(E)$와 $p(\neg E)$에서 $q(E)$와 $q(\neg E)$로 직접적으로 수정되었을 때, 모든 JC에 의한 믿음 갱신에서 E와 관련된 모든 믿음의 정도는 수정된다. 따라서 경험 이후 E와 $\neg E$의 믿음의 정도만이 직접적으로 수정되었을 때, JC에 의한 모든 믿음 갱신은 E에 상대적인 전체적 믿음 갱신이다. □

[T]는 경험 이후 E와$\neg E$의 믿음의 정도만이 직접적으로 수정되었을 때, JC를 이용한 믿음 갱신은 부분적일 수 없다는 것을 말해준다. 따라서 앞 절에서 제시된 곡물 이동 사례에 JC를 적용하면 모순이 발생한다. 좀 더 정확하게 말하자면, 이 사례에서는 다음 명제들이 모순을 야기한다.

① $1/3=p(A) \neq q(A)=1/4$; ② $p(X)=q(X)=1/2$;
③ $p(X|A)=3/4 \neq 1/2=p(X)$

④ $p(X|\neg A)=3/8\neq1/2=p(X)$ ⑤ $p(X|A)=q(X|A)$; ⑥ $p(X|\neg A)=q(X|\neg A)$.

①-④는 믿음 갱신이 부분적이라는 것을 보여준다. ⑤와 ⑥의 연언은 JC와 동치인 (고정성)이다. 이 다섯이 모순을 야기한다는 것은 어렵지 않게 보일 수 있다.[11] 달리 말하자면, 위 곡물 이동 사례에는 JC를 적용할 수 없다.

이제 우리에겐 두 가지 선택지가 있다. 첫 번째는 위의 사례 속 믿음의 수정이 합리적이지 않다고 진단하는 것이다. 두 번째는 JC 적용 범위의 한계를 인정하는 것이다. 필자의 전략은 두 가지 선택지 중에서 하나를 택하는 것이 아니다. 필자는 위의 부분적 믿음 갱신 사례가 합리적이라는 것과 JC 역시 합리적인 믿음 갱신 규칙이라는 것을 모두 받아들이면서 JC를 이용해 이 부분적 믿음 갱신을 다룰 수 있는 방법을 모색할 것이다. 그 전에 JC 믿음 갱신의 전체성과 관련해 두 가지만 더 언급하자. 특히, 뒤에 나오는 논의를 위해서 우리는 JC를 이용한 모든 믿음 갱신이 전체적인 것은 아니라는 것을 분명히 할 필요가 있다.

우선 [T]는 단지 '경험에 의해서 직접적으로 영향을 받은 분할 집합의 원소의 개수가 둘일 때 JC를 이용한 믿음 갱신이 전체적이다.'고 말할 뿐이라는 점을 주목해야 한다. 경험에 의해서 직접적으로 영향을 받은 분할 집합의 원소의 개수가 **둘보다 크다**면, JC를 적용했음에도 부분적 믿음 갱신일 수 있다.[12] 이런 이유에서 JC를 이용한 모든 믿음 갱신이 전체적이라

---

11) 확률 계산 규칙과 ①, ③, ④, ⑤, ⑥은 다음을 함축한다:

$q(X)=q(A)q(X|A)+q(\neg A)q(X|\neg A)=(1/4)\times(3/4)+(3/4)\times(3/8)=15/32.$

따라서 이 결과는 ②와 충돌한다. 그러므로 ①-⑥은 모순을 야기한다.

12) 가령 다음과 같은 경우를 생각해보자. 경험 이전에 사전 믿음의 정도는 다음과 같이 할당되어 있다고 가정하자.

p	E_i	E_2	E_3
F	0.20	0.20	0.20
$\neg F$	0.05	0.05	0.30

여기서 $\{E_1, E_2, E_3\}$는 분할 집합이라고 하자. 위와 같은 믿음의 정도를 가지고 있을 때, F는 $\{E_1, E_2, E_3\}$와 p-상대적으로 독립적이지 않다. 왜냐하면 $p(F|E_1)=0.8\neq0.6=p(F)$이기 때문이다. 이제 어떤 경험에 의해서 E_i의

고는 말할 수 없다. JC와 전체적 믿음 갱신 사이의 일반적인 관계를 수학적으로 규명할 수도 있을 것이다. 하지만 이런 시도는 본 논문의 범위를 넘어선다. 나는 믿음 갱신과 관련된 분할 집합의 원소의 개수가 2개인 경우만을 아래 논의에서 고려할 것이다.

두 번째로 두 개의 믿음 갱신이 연속적으로 일어나는 경우도 생각해볼 필요가 있다. 다음과 같은 경우를 생각해보자: 어떤 경험에 의해서 분할 집합 $\{E,\neg E\}$의 믿음의 정도가 직접적으로 수정된다. 그리고 그 영향으로 믿음의 정도 함수가 p에서 q로 갱신된다. 이후 또 다른 경험에 의해서 동일한 분할 집합 $\{E,\neg E\}$의 믿음의 정도가 다시 직접적으로 수정된다. 그리고 그 영향으로 믿음의 정도 함수가 q에서 r로 갱신된다. 이런 믿음 갱신에 JC를 적용한다면, [T]에 의해서 $p\mapsto q$와 $q\mapsto r$은 전체적 믿음 갱신일 수밖에 없다. 하지만 $p\mapsto r$ 역시 전체적이라고 말할 수 없다. 즉 부속 믿음 갱신들($p\mapsto q$와 $q\mapsto r$)이 모두 전체적이라도 그것들을 결합한 믿음 갱신 전체($p\mapsto q\mapsto r$)은 부분적일 수 있다.[13] 이런 사실은 필자에게 흥미로운 실마리를

믿음의 정도가 직접적으로 수정되었다고 하자. 즉 $q(E_1)=0.2$, $q(E_2)=0.3$, $q(E_3)=0.5$가 되었다고 가정하자. 그럼 JC를 이용해서 F의 믿음의 정도를 수정해보자. 그럼 다음 식이 성립한다:

$q(F)=q(E_1)p(F|E_1)+q(E_2)p(F|E_2)+q(E_3)p(F|E_3)=0.6=p(F)$. 이 결과는 $p(F|E_1)\neq p(F)$이지만 $p(F)=q(F)$일 수 있다는 것을 보여준다.

13) 단순한 예를 들어보자. 믿음의 정도 함수 p에 의해서 할당된 믿음의 정도가 다음과 같다고 하자.

p	E	$\neg E$
X	0.20	0.30
$\neg X$	0.05	0.20

그리고 어떤 경험 이후에 E에 대한 믿음의 정도가 0.4가 되었다고 하자. 즉 $q(E)=0.4$다. 그럼 JC에 의해서 믿음을 갱신했을 때, q에 의해서 할당된 믿음의 정도는 다음과 같다.

q	E	$\neg E$
X	0.32	0.36
$\neg X$	0.08	0.24

[T]에 의해서 이 믿음 갱신, $p\mapsto q$는 전체적이다. 한편, 이후 경험에 의해서 E의 믿음의 정도가 다시 0.4가 되었다고 하자. 그럼 JC에 의해서 믿음을

제공한다. 필자의 목표는 위의 부분적 믿음 갱신 사례에 JC를 성공적으로 적용할 수 있는 방법을 제안하는 것이다. 앞서 언급했듯이, 단일한 JC 믿음 갱신은 전체적이지만, 연속적 JC 믿음 갱신은 부분적일 수 있다. 따라서 우리가 위 부분적 믿음 갱신 사례가 단일한 믿음 갱신이 아니라 연속적 믿음 갱신 사례라고 말할 수 있다면, 해당 사례에 JC를 적용할 수 있는 방법을 고안할 수도 있을 것이다. 나는 다음 절에서 이를 보여줄 것이다.

4. 부분적 믿음 갱신을 위한 제프리 규칙

4.1. 연속적 믿음 갱신과 부분적 믿음 갱신

우리의 목표는 부분적 믿음 갱신 사례에 JC를 적용할 수 있는 방법을 제시하는 것이다. 이 목표는 부분적 믿음 갱신 사례에 등장하는 사후 믿음의 정도 함수를 JC를 이용해 결정하는 방법을 고안하는 것이라고 할 수 있다. 즉 JC를 이용해서 부분적 믿음 갱신 규칙을 제시하는 것이 우리의 목표이다.

$<E,F>$에 상대적인 부분적 믿음 갱신 상황을 고려해보자. 이 상황에서 임의의 명제 X에 대한 믿음의 정도를 수정해보자. 이때, X에 대한 믿음의

갱신했을 때, r에 의해서 할당된 믿음의 정도는 다음과 같이 p에 의해서 할당된 믿음의 정도와 같아진다.

r	E	$\neg E$
X	0.20	0.30
$\neg X$	0.05	0.20

위와 마찬가지로, [T]에 의해서 이 믿음 갱신, $q\mapsto r$은 전체적이다. 하지만 두 개의 믿음 갱신을 연속적으로 수행한 결과, 믿음의 정도 함수 p와 r은 같아졌다. 이런 연속적 믿음 갱신에서 X와 E는 항상 확률적으로 독립적인 관계는 아니었다. $p(X|E)\neq p(X)$이지만, $p(X)=r(X)$가 성립한다. 이런 의미에서 $p\mapsto r$은 $\{E,\neg E\}$에 상대적으로 부분적 믿음 갱신이라고 할 수 있다. 그러므로 어떤 믿음 갱신이 JC를 이용한 두 개 이상의 부속 믿음 갱신으로 구성되었다면, 각 부속 믿음 갱신은 전체적이지만 그것들이 결합된 믿음 갱신은 부분적일 수 있다고 결론내릴 수 있다.

정도는 무엇에 영향을 받는가? 첫 번째로 생각해볼 수 있는 것은 E에 대한 믿음의 정도를 바꾼 **경험**이다. 물론 그 영향은 E에 대한 믿음과 달리 간접적이다. 즉 E의 믿음의 정도에 대한 경험의 직접적인 영향이 추론을 통해서 X에 대한 믿음의 정도에 전달되는 것이다. 두 번째로 X에 대한 믿음의 정도는 F에 대한 특정 믿음의 정도를 **고집**하는 것으로부터도 영향받는다. E에 대한 믿음의 정도에 대한 경험의 직접적인 영향은 추론을 통해서 F에 대한 믿음의 정도에 전달되었어야 했다. 하지만 행위자는 특별한 이유에 의해서 F에 대한 믿음의 정도를 원래로 돌려놓았다. 이 특별한 이유가 F에 대한 믿음의 정도에 직접적인 영향을 주어 믿음의 정도를 고집하도록 만든 것이다. 따라서 이 고집의 이유는 다른 믿음의 정도에 영향을 주어야 한다. 즉 F에 대한 믿음의 정도를 고집하는 이유가 추론을 통해서 X에 대한 믿음의 정도에 전달되어야 한다. 정리하자면, $<E,F>$에 상대적인 부분적 믿음 갱신에서 임의의 명제에 대한 믿음의 정도는 두 가지 영향을 받는다. 첫째는 E에 대한 믿음의 정도를 수정하게 만드는 경험이고, 둘째는 F에 대한 믿음의 정도를 고집하게 만드는 이유이다.

이런 상황은 연속적 믿음 갱신과 무척 유사하다. JC를 이용한 연속적 믿음 갱신 $p \mapsto q \mapsto r$를 생각해보자. t+1 시점에 일어난 첫 번째 믿음 갱신 $p \mapsto q$에서 E에 대한 믿음의 정도가 직접적으로 수정되었다고 하자. 그리고 t+2 시점에 일어난 두 번째 믿음 갱신 $q \mapsto r$에서 F에 대한 믿음의 정도가 직접적으로 수정되었다고 하자. 그럼 임의의 명제 X에 대한 최종 믿음의 정도, 즉 $r(X)$는 두 가지 영향을 받는다. 첫째는 t+1 시점에서 일어난 경험이고, 둘째는 t+2 시점에서 일어난 경험이다.

위에서 언급한 $<E,F>$에 상대적인 부분적 믿음 갱신을 다시 생각해보자. 이 부분적 믿음 갱신에서 임의의 명제 X에 대한 최종 믿음의 정도 역시 두 가지 영향을 받았다. 이런 유사성은 부분적 믿음 갱신을 연속적 믿음 갱신으로 간주하는 것을 정당화하는 것 같다. 또한 여기서 우리는 부속 믿음 갱신들 $p \mapsto q$와 $q \mapsto r$이 모두 전체적이라도 그것들을 결합한 믿음 갱신 전체 $p \mapsto q \mapsto r$는 부분적일 수 있다는 사실을 기억할 필요가 있다. 즉 부분적 믿음 갱신을 연속적 믿음 갱신으로 간주한다면 JC를 통한 믿음 갱신이 가지는 전체적인 성격이 야기하는 문제를 극복할 수 있을 것이다. 이런

점들을 고려할 때, 부분적 믿음 갱신을 연속적 믿음 갱신으로 다루는 것은 JC 지지자들에게 검토할만한 대안이라고 할 수 있다.

4.2. 증거적 믿음 수정과 교정적 믿음 수정

그럼 부분적 믿음 갱신을 두 개의 부속 믿음 갱신이 결합된 연속적 믿음 갱신으로 간주해보자. $<E,F>$에 상대적인 부분적 믿음 갱신을 다시 고려해보자. JC를 그런 일반적인 부분적 믿음 갱신 사례에 적용하는 것에 대한 대략적인 스케치는 다음과 같다: 먼저 경험에 의해서 E와 $\neg E$에 대한 믿음의 정도가 직접적으로 수정된다. 이때, 그 경험의 영향은 JC를 통해 다른 믿음에 전달된다. 이 경우 JC를 이용한 믿음 갱신은 모두 전체적이기 때문에, E와 독립적이지 않은 F의 믿음의 정도 역시 수정된다. 하지만 우리는 몇몇 특별한 이유에서 F에 대한 믿음의 정도를 고집하고 있다. 따라서 E에 대한 믿음의 변화에서 비롯된 F에 대한 믿음의 변화를 원래의 상태로 되돌려 놓게 된다. 이때, 이런 식으로 F를 원래로 되돌려 놓는 것, 즉 F에 대한 믿음을 고집하도록 만든 이유는 다른 믿음들에 영향을 준다. 물론 이 영향은 JC를 이용해서 전달된다.

위 스케치에 등장하는 믿음 갱신은 두 가지다. 첫 번째는 경험으로부터 비롯된 믿음 갱신이고, 두 번째는 특별한 믿음에 대한 고집으로부터 비롯된 믿음 갱신이다. 필자는 두 번째 믿음 갱신을 **교정적**(corrective)이라고 부를 것이다. 그리고 첫 번째 믿음 갱신을 **증거적**(evidential)이라고 부를 것이다. ‘교정적’이라는 수식어를 붙인 이유는 두 번째 믿음 갱신은 특별한 이유에서 고집하고 있던 믿음의 정도가 경험에 의해서 수정되었을 때 그것을 원래의 믿음의 정도로 **교정**하는 것이기 때문이다. 이것과 대조적으로 첫 번째 믿음 갱신은 오로지 경험적 증거만을 고려한 것이다. 필자는 이런 의미에서 첫 번째 것을 증거적 믿음 갱신이라고 부른다.[14]

[14] 심사위원 중에 한 분은 이 교정적 믿음 갱신이 간접적 믿음 갱신인지, 직접적 믿음 갱신인지 분명히 할 필요가 있다고 지적하였다. 더 나아가, 교정적 믿음 갱신은 직접적인 것이지 간접적인 것은 아니라고 지적하기도 했다. 이에 관해 필자의 의도를 좀 더 분명하게 표현하자면, 교정적 믿음 갱신은 ‘기존 증거에서 비롯된 믿음의 직접적인 교정에 의해서 일어난 다른 믿음들

필자의 제안은 부분적 믿음 갱신을 위의 증거적 믿음 갱신과 교정적 믿음 갱신으로 구성된 연속적 믿음 갱신으로 간주하자는 것이다. 즉 부분적 믿음 갱신 $p \mapsto q$를 그 사이에 가상의 믿음의 정도 함수 c가 있는 $p \mapsto c \mapsto q$로 생각하자는 것이 나의 제안이다. 이 연속 믿음 갱신에서 $p \mapsto c$를 증거적 믿음 갱신, $c \mapsto q$를 교정적 믿음 갱신이라 여길 수 있다. 하지만 순서가 바뀔 수도 있다. 교정이 먼저 되고, 그 다음에 경험에 의해서 믿음이 수정될 수 있다.

4.3. 부분적 믿음 갱신을 위한 제프리 규칙

이렇게 순서에 상관없는 방식으로 JC를 이용해 믿음을 갱신하기 위해서는 경험에 의한 영향과 고집에 의한 영향을 나타내는 정보가 무엇인지 분명히 해야 한다. 어떤 정보를 습득한 이후 어떤 분할 집합 E={$E_1, \cdots, E_n$}의 각 원소들에 대한 믿음의 정도가 $p(E_i)$에서 $q(E_i)$로 수정되었다고 하자. 많은 베이즈주의자들에 따르면 새로운 믿음의 정도 $q(E_i)$는 이전 믿음의 정도 $p(E_i)$와 E_i에 대한 믿음의 정도를 바꾸게 한 정보 그 자체에 의해서 결정된다.[15] 이때 E에 대한 믿음의 정도에 영향을 준 정보 그 자체는 다음 베이즈 인수 $\beta_p^q(E_i, E_1)$에 의해서 표상된다:

$$\beta_p^q(E_i, E_1) = \frac{q(E_i)/q(E_1)}{p(E_i)/p(E_1)}.$$

여기서 E_1은 {$E_1, \cdots, E_n$}의 원소들 중에서 임의로 고른 것일 뿐이다. 이 베이즈 인수를 이용하면 JC는 다음과 같이 변형될 수 있다:[16]

의 간접적인 갱신'이라고 말할 수 있다. 증거적 믿음 갱신도 마찬가지다. 그것은 '경험에 의한 믿음의 직접적인 갱신에 의해서 일어난 다른 믿음들의 간접적 갱신'이다. 필자의 이런 서술이 심사위원의 지적에 대한 답이 되길 희망한다.

15) 관련된 논의를 위해서는 Field (1978), Jeffrey (2004), Wagner (2002, 2003)을 보라.

16) 이에 대한 증명은 몇몇 베이즈주의 교과서에서 찾아볼 수 있다. 예를 들어

JC*: 경험 이후 단지 분할 집합 E={$E_1,\cdots,E_n$}의 원소들에 대한 믿음의 정도만 직접적으로 수정되었을 때, 모든 명제 X에 대해서 다음이 성립한다:

$$q(X)=\frac{\sum_{i=1}^{n}\beta_p^q(E_i,E_1)p(XE_i)}{\sum_{i=1}^{n}\beta_p^q(E_i,E_1)p(E_i)}.$$

물론 JC*는 JC와 동치다. (앞으로 제시될 수학 계산에서는 JC*가 JC보다 단순하며, JC와 달리 JC*는 경험에 의해 획득된 정보와 고집의 영향을 나타내는 정보를 좀 더 분명하게 표현할 수 있다. 따라서 앞으로 필자는 JC보다는 JC*를 사용할 것이다.) 이 JC*에 따르면 경험에 의해서 E와 $\neg E$의 믿음의 정도가 $p(E)$와 $p(\neg E)$에서 $q(E)$와 $q(\neg E)$로 직접적으로 수정되었을 때, 임의의 명제 X에 대한 우리의 믿음은 다음 식을 이용해서 갱신된다.

(1) $q(X)=\dfrac{\beta_p^q(E,\neg E)p(XE)+p(X\neg E)}{\beta_p^q(E,\neg E)p(E)+p(\neg E)}$.[17]

이제 다시 $<E,F>$에 상대적인 부분적 믿음 갱신 $p\mapsto q$를 고려해보자. 편의상 이 부분적 믿음 갱신 $p\mapsto q$를 증거적 믿음 갱신 $p\mapsto c$와 교정적 믿음 갱신 $c\mapsto q$가 결합된 연속적 믿음 갱신 $p\mapsto c\mapsto q$로 간주하자. 이런 믿음 변화는 다음과 과정을 거쳐 진행된다: 경험에 의해서 E에 대한 믿음의 정도가 $p(E)$에서 $c(E)$로 바뀌었다. 그럼 이 믿음 변화에 영향을 받아 F에 대한 믿음의 정도도 $p(F)$에서 $c(F)$로 수정된다. 하지만 몇몇 이유에서 F에 대한 믿음의 정도를 고집하고 있다. 그래서 F에 대한 믿음의 정도 $c(F)$를 원래의 값으로 되돌린다. 즉 $c(F)$는 ($p(F)$와 같은 값을 가지는) $q(F)$

Jeffrey (2004) pp.55-59를 보라.

17) $\beta_p^q(\neg E,\neg E)=1$이기 때문에 이 식에서 생략되었다.

로 교정된다. 물론 이런 F에 대한 믿음의 정도의 교정적 변화는 E에 대한 믿음에도 영향을 줄 것이다. 즉 이 교정적 변화에 의해서, E에 대한 믿음의 정도도 $c(E)$에서 $q(E)$로 바뀌게 될 것이다. 이런 믿음 갱신을 (1)에 적용해보자. 그럼 임의의 명제 X에 대해서 다음 식이 성립한다.18)

$$(2)\ \ q(X) = \frac{\beta_1\beta_2 p(XEF) + \beta_1 p(XE\neg F) + \beta_2 p(X\neg EF) + p(X\neg E\neg F)}{\beta_1\beta_2 p(EF) + \beta_1 p(E\neg F) + \beta_2 p(\neg EF) + p(\neg E\neg F)}.$$

여기서 β_1와 β_2 각각은 $\beta_p^c(E,\neg E)$와 $\beta_c^q(F,\neg F)$를 나타낸다.

이제 문제는 베이즈 인수 β_1과 β_2의 값을 결정하는 것이다. 안타깝게도 우리에겐 이 베이즈 인수의 값이 주어져있지 않다. $<E,F>$에 상대적인 부분적 믿음 갱신 $p\mapsto q$에서 주어진 것은 사전 믿음의 정도 함수 p와 E에 대한 사후 믿음의 정도 $q(E)$, 그리고 고집 때문에 변하지 않은 F에 대한 사

---

18) 먼저 (1)을 증거적 믿음 갱신 $p\mapsto c$에 적용해보자. 그럼 모든 X에 대해서 다음이 성립한다.

$$\text{(i)}\qquad c(X) = \frac{\beta_p^c(E,\neg E)p(XE) + p(X\neg E)}{\beta_p^c(E,\neg E)p(E) + p(\neg E)}.$$

이로부터 우리는 다음을 도출할 수 있다.

$$\text{(ii)}\qquad c(XF) = \frac{\beta_p^c(E,\neg E)p(XEF) + p(X\neg EF)}{\beta_p^c(E,\neg E)p(E) + p(\neg E)};$$

$$c(X\neg F) = \frac{\beta_p^c(E,\neg E)p(XE\neg F) + p(X\neg E\neg F)}{\beta_p^c(E,\neg E)p(E) + p(\neg E)}$$

$$c(F) = \frac{\beta_p^c(E,\neg E)p(EF) + p(\neg EF)}{\beta_p^c(E,\neg E)p(E) + p(\neg E)};$$

$$c(\neg F) = \frac{\beta_p^c(E,\neg E)p(E\neg F) + p(\neg E\neg F)}{\beta_p^c(E,\neg E)p(E) + p(\neg E)}$$

이제 (1)을 교정적 믿음 갱신 $c\mapsto q$에 적용해보자. 그럼 모든 X에 대해서 다음이 성립한다.

$$\text{(iii)}\qquad q(X) = \frac{\beta_c^q(F,\neg F)c(XF) + c(X\neg F)}{\beta_c^q(F,\neg F)c(F) + c(\neg F)}.$$

그럼 (ii)와 (iii)로부터 (2)가 도출된다.

후 믿음의 정도 $q(F)(=p(F))$뿐이다. 따라서 이들을 이용해서 우리는 $\beta_p^q(E,\neg E)$와 $\beta_p^q(E,\neg E)$의 값은 결정할 수 있지만, $c(E)$와 $c(F)$의 값이 주어지지 않았기 때문에 $\beta_p^c(E,\neg E)$와 $\beta_c^q(F,\neg F)$의 값은 결정할 수 없는 것처럼 보인다.[19]

하지만 단념할 필요는 없다.[20] 왜냐하면 간접적인 방식으로 문제의 두 베이즈 인수의 값을 결정할 수 있기 때문이다. 앞에서 언급했듯이 우리는 $q(E)$와 $q(F)(=p(F))$의 값을 알고 있다. 그리고 임의의 명제에 대해서 (2)가 성립한다는 것도 알고 있다. 따라서 명제 E와 F에 대해서도 (2)가 성립해야 한다. 즉 다음 두 식이 성립해야 한다.

$$(3)\ \ q(E)=\frac{\beta_1\beta_2 p(EF)+\beta_1 p(E\neg F)}{\beta_1\beta_2 p(EF)+\beta_1 p(E\neg F)+\beta_2 p(\neg EF)+p(\neg E\neg F)}.$$

$$q(F)=p(F)=\frac{\beta_1\beta_2 p(EF)+\beta_2 p(\neg EF)}{\beta_1\beta_2 p(EF)+\beta_1 p(E\neg F)+\beta_2 p(\neg EF)+p(\neg E\neg F)}.$$

위 두 식은 β_1과 β_2를 미지수로 가지는 연립방정식이다. 그리고 이 방

---

19) 우리에게 주어진 것은 $p(E)$, $q(E)$, $p(F)$, $q(F)$ 뿐이다. 그럼 다음 식을 이용해 $\beta_p^q(E,\neg E)$와 $\beta_p^q(F,\neg F)$의 값을 계산할 수 있다.

$$\beta_p^q(E,\neg E)=[q(E)/q(\neg E)]/[p(E)/p(\neg E)];$$

$$\beta_p^q(F,\neg F)=[q(F)/q(\neg F)]/[p(F)/p(\neg F)].$$

하지만 $c(E)$와 $c(F)$의 값이 주어지지 않았기 때문에, 다음 식을 이용하더라도 $\beta_p^c(E,\neg E)$와 $\beta_c^q(F,\neg F)$의 값을 결정할 수는 없다.

$$\beta_p^c(E,\neg E)=[c(E)/c(\neg E)]/[p(E)/p(\neg E)];$$

$$\beta_c^q(F,\neg F)=[q(F)/q(\neg F)]/[c(F)/c(\neg F)].$$

20) 필자는 Park (forthcoming)에서 경험의 영향이 두 개 이상의 분할집합에 국소화 되는 경우들에 JC를 적용하는 방법을 제시했다. 다르게 말자자면, 필자는 경험이 두 개의 분할 집합 속 원소들에 관한 믿음의 정도에 동시에 영향을 주는 사례를 위한 믿음 갱신 규칙, 즉 ‘동시적 믿음 갱신 규칙(simultaneous belief updating rule)’을 제안했다. 아래에서 제시되는 ‘부분적 믿음 갱신 규칙’의 수학적인 성질은 동시적 믿음 갱신 규칙과 본질적으로 같다.

정식을 푼다면 우리는 β_1과 β_2의 값을 결정할 수 있다.

이제 이러한 방법을 곡물 이동 사례에 적용해보자. 그 사례는 $<A,X>$에 상대적인 부분적 믿음 갱신이었으며 각 명제에 대한 사전 믿음의 정도는 다음과 같았다.

p	A	$\neg A$
X	1/4	1/4
$\neg X$	1/12	5/12

그리고 A에 대한 믿음의 정도는 $q(A)$, 즉 1/4로 바뀌었지만 X에 대한 믿음의 정도는 변하지 않고 여전히 $p(A)(=q(A))$, 즉 1/2이다. 이제 (2)를 이 사례에 적용하면 임의의 명제 Y에 대해서 다음이 성립한다:

$$(4)\quad q(Y)=\frac{\beta_1\beta_2 p(YAX)+\beta_1 p(YA\neg X)+\beta_2 p(Y\neg AX)+p(Y\neg A\neg X)}{\beta_1\beta_2 p(AX)+\beta_1 p(A\neg X)+\beta_2 p(\neg AX)+p(\neg A\neg X)}.$$

여기서 $q(A)=1/4$고 $q(X)=p(X)=1/2$라는 것을 기억하라. 그럼 다음 연립방정식을 풀어 (4)에 있는 β_1과 β_2의 값을 결정할 수 있다.

$$(5)\quad 1/4=q(A)=\frac{\beta_1\beta_2 p(AX)+\beta_1 p(A\neg X)}{\beta_1\beta_2 p(AX)+\beta_1 p(A\neg X)+\beta_2 p(\neg AX)+p(\neg A\neg X)}.$$

$$1/2=q(X)=p(X)=\frac{\beta_1\beta_2 p(AX)+\beta_2 p(\neg AX)}{\beta_1\beta_2 p(AX)+\beta_1 p(A\neg X)+\beta_2 p(\neg AX)+p(\neg A\neg X)}.$$

위의 표에 제시된 사전 믿음의 정도의 값들을 이용해서 β_1과 β_2에 대한 연립방정식 (5)를 풀었을 때, $\beta_1=0.633$과 $\beta_2=1.150$가 도출된다. 이제 이 결과를 (4)에 대입하여 임의의 명제 Y에 대해서 다음이 성립한다는 것을 알 수 있다:

$$(6)\quad q(Y)=0.194p(Y|AX)+0.056p(Y|A\neg X)+0.306p(Y|\neg AX)+0.444p(Y|\neg A\neg X).$$

이 식을 이용하면 사후 믿음의 정도 함수 q를 결정할 수 있다. 따라서 (6)을 곡물 이동 사례를 위한 믿음 갱신 규칙이라고 할 수 있다.

이제 우리는 다음과 같이 좀 더 일반적인 방식으로 $<E,F>$에 상대적인 부분적 믿음 갱신 규칙을 제시할 수 있다.

$<E,F>$에 상대적인 부분적 믿음 갱신을 위한 제프리 규칙
(A Jeffrey Rule for a Partial Belief Update Relative to $<E,F>$, JRP):
$<E,F>$에 상대적인 부분적 믿음 갱신 $p \mapsto q$에 대해서 다음이 성립한다: 모든 명제 X에 대해서,

$$q(X) = \frac{\beta_1\beta_2 p(XEF) + \beta_1 p(XE\neg F) + \beta_2 p(X\neg EF) + p(X\neg E\neg F)}{\beta_1\beta_2 p(EF) + \beta_1 p(E\neg F) + \beta_2 p(\neg EF) + p(\neg E\neg F)}.$$

이때 β_1과 β_2은 다음 연립방정식의 해이다.

$$\text{(i)}\quad q(E) = \frac{\beta_1\beta_2 p(EF) + \beta_1 p(E\neg F)}{\beta_1\beta_2 p(EF) + \beta_1 p(E\neg F) + \beta_2 p(\neg EF) + p(\neg E\neg F)};$$

$$\text{(ii)}\quad q(F) = p(F) = \frac{\beta_1\beta_2 p(EF) + \beta_2 p(\neg EF)}{\beta_1\beta_2 p(EF) + \beta_1 p(E\neg F) + \beta_2 p(\neg EF) + p(\neg E\neg F)}.$$

이 JRP를 본 독자들은 아마도 한 가지가 의문스러울 것이다. 그 의문은 JRP에 등장하는 연립방정식과 관련이 있다. 이 연립방정식의 해는 베이즈 인수이다. 정의에 따르면, 모든 베이즈 인수는 0과 같거나 크다. 그리고 위 연립방정식의 해가 두 개 이상이라면 위 식을 이용해서 단 하나의 사후 믿음의 정도 함수 q가 결정된다고 말할 수 없다. 따라서 JRP가 성공적인 부분적 믿음 갱신 규칙이기 위해서는 문제의 연립방정식은 0보다 크거나 같은 해를 반드시 가지고 있으며, 그 해는 단 하나라는 것이 보장되어야 한다. 다행스럽게도 이 사실은 어렵지 않게 증명될 수 있다.[21]

---

21) 주석 20)에서도 언급했듯이, 위에서 제시된 JRP의 수학적 특징은 필자의

마지막으로 이런 식으로 부분적 믿음 갱신을 다루는 것은 부분적 믿음 갱신의 합리성을 부정하지도 않고 JC를 거부하는 것도 아니라는 점에 주목하자. 3절에서 JC와 부분적 믿음 갱신은 양립할 수 없다는 것을 보였다. 하지만 그런 양립불가능성은 부분적 믿음 갱신을 단 하나의 믿음 갱신으로 다룰 때만 발생한다. 만약 부분적 믿음 갱신을 두 개의 부속 믿음 갱신이 연속적으로 일어난 것으로 간주한다면 양립불가능성은 사라지며, 부분적 믿음 갱신도 JC를 옹호하는 확률주의 내에서 다룰 수 있게 된다.

5. 결론을 대신하여: 몇 가지 철학적 우려들

이 논문의 목표는 제프리 조건화가 다룰 수 없는 것처럼 보였던 믿음 갱신, 즉 부분적 믿음 갱신 사례를 제프리 조건화 아래로 포섭하는 것이었다. 해결책의 핵심은 부분적 믿음 갱신을 증거적 믿음 갱신과 교정적 믿음 갱신이 결합된 연속적 믿음 갱신으로 간주하자는 것이다.

하지만 이런 제안은 다소 의심스러운 존재를 가정하는 것 같다. 나는 부분적 믿음 갱신 $p \mapsto q$를 연속적 믿음 갱신 $p \mapsto c \mapsto q$라고 생각하자고 제안했다. 여기서 c는 믿음의 정도 함수다. 하지만 c의 존재는 다소 의심스럽다. 그것은 행위자가 실제로 가져본 적이 없는 믿음의 정도 함수이기 때문이다. 믿음의 정도 함수 c는 부분적 믿음 갱신을 조건화를 통해서 합리화하기 위한 하나의 이론적 구성물일 뿐이다. 하지만 c의 존재를 가정하는 것이 베이즈주의 혹은 확률주의에 얼마나 큰 악영향을 미칠지는 의심스럽다. 만약 나의 해결책이 확률주의 속에서 매우 독특하다면 이 문제를 보다 적극적으로 검토해봐야 할 것이다. 하지만, 몇몇 베이즈주의자들이 유사한 방식을 사용하여 중요한 문제를 해결하기도 했다면, 가상의 믿음의 정도 함수를 가정하는 것에 대한 우려를 해결하는 것은 그리 급한 일이 아닐 것

논문 Park (forthcoming)에서 제시된 동시적 믿음 갱신 규칙과 동일하다. 그 논문 Appendix 3에서 필자는 위의 연립방정식 (i)과 (ii)의 해는 항상 양수이고, 하나 밖에 없다는 것을 증명하였다. Park (forthcoming)를 참조하라.

이다. 다행히 그런 철학자들이 있다. 가령, 제프리나 칼 와그너(Carl Wagner)가 오래된 증거의 문제를 해결하는 방식이 그러하다. 즉 그들은 '오래된 증거에 의한 믿음 갱신'을 '설명에 의한 믿음 갱신'과 '관찰에 의한 믿음 갱신'이 결합된 것으로 간주하여 문제를 해결하려고 한다. 그리고 이 과정에서 그들은 *ur*-확률함수와 같은 가상의 확률함수를 도입한다.[22] 따라서 가상의 확률함수 c를 도입하는 필자의 시도가 다른 베이즈주의자들보다 심각한 문제를 야기한다고 할 수 없다.

---

22) Jeffrey(2004), Wagner(1997; 1999)를 보라. 심사위원 중에 한 분은 필자의 해결책이 원래의 문제를 해결한 것은 아니라고 논평하셨다. 즉 원래의 부분적 믿음 갱신은 단일 믿음 갱신이기 때문에, 연속적 믿음 갱신을 통한 문제의 해결은 적절하지 않다는 것이다. 이 비판에 대한 답은 베이즈주의 방법론적인 것이 될 수밖에 없으며, 좀 더 심도 깊은 논의를 필요로 한다. 하지만 c 함수를 가정하는 것에 대한 답변과 마찬가지로 다소 간접적인 답변은 제시할 수 있다. 오래된 증거의 문제 역시 단일 믿음 갱신에 대한 것이다. 그리고 그 믿음 갱신을 와그너는 연속적 믿음 갱신으로 다룬다. 이렇게 연속 믿음 갱신을 이용한 해결책이 다른 베이즈주의자들보다 심각한 문제를 야기한다고 볼 수 없다.

참고문헌

Bradley, R. (2005), "Radical Probabilism and Bayesian Conditioning", *Philosophy of Science* 72: pp. 342-364.

Diaconis, P. and Zabell, S. (1982), "Updating Subjective Probability", *Journal of the American Statistical Association* 77: pp. 822-830.

Douven, I. and Romeijn, J. (2011), "New Resolution of the Judy Benjamin Problem", *Mind* 120: pp. 637-670.

Earman, J. (1996), *Bayes or Bust?*, The MIT Press.

Field, H. (1978), "A Note on Jeffrey Conditionalization", *Philosophy of Science* 45: pp. 361-367.

Harper, W. and Kyburg, H. (1968), "The Jones Case", *The British Journal for the Philosophy of Science* 19: pp. 247-251.

Howson, C. and Urbach, P. (1993), *Scientific Reasoning: The Bayesian Approach*, *2nd ed.* (OpenCourt).

Jeffrey, R. (1970), "Dracula Meets Wolfman: Acceptance vs. Partial Belief", in Swain (ed.), *Induction, Acceptance, and Rational Belief*, pp. 157-185.

Jeffrey, R. (1983), *The Logic of Decision*. Univ. of Chicago Pr.

Jeffrey, R. (2004), *Subjective Probability: The Real Thing*. Cambridge Univ. Pr.

Levi, I. (1967), "Probability Kinematics", *The British Journal for the Philosophy of Science* 18: pp. 197-209.

Park, Ilho (forthcoming), "Simultaneous Belief Updates via Successive Jeffrey Conditionalization", *Synthese*. Doi: 10.1007/s11229-012-0207-7.

van Fraassen, B. C. (1989), *Laws and symmetry*. Oxford: Clarendon Press.

Wagner, C. (1997), "Old Evidence and New Explanation I",

Philosophy of Science 64: pp. 677-691.
Wagner, C. (1999), "Old Evidence and New Explanation II", *Philosophy of Science* 64: pp. 283-288.
Wagner, C. (2002), "Probability Kinematics and Commutativity", *Philosophy of Science* 69: 266-278.
Wagner, C. (2003), "Commuting Probability Revisions: The Uniformity Rule", *Erkenntnis* 59: 349-364.